

MS680 – Modelos Matemáticos para Biologia

– Atividade 5 –

Entregar 16 de Setembro de 2013

Genética Populacional

Considere uma população no qual as fêmeas homocigoto acasalam apenas com machos homocigotos do tipo oposto (AA com aa e aa com AA) e as fêmeas heterocigoto (Aa) acasalam com machos AA e aa dependendo de sua prevalência relativa. Suponha também que a frequência dos genes u, v e w , com $u + v + w = 1$, segue a seguinte tabela de acasalamento:

Genótipo		AA	Aa	aa
	Frequência	u	v	w
AA	u	0	0	u
Aa	v	$\frac{uv}{u+w}$	0	$\frac{vw}{u+w}$
aa	w	w	0	0

- a) Elabore uma tabela para a frequência dos genes dos descendentes de todos os acasalamentos possíveis.
- b) Mostre que a frequência u_{n+1}, v_{n+1} e w_{n+1} dos genes dos descendentes na geração $n + 1$ satisfaz as seguintes equações:

$$u_{n+1} = \frac{1}{2}v_n \frac{u_n}{u_n + w_n}, \quad (1)$$

$$v_{n+1} = u_n + w_n + \frac{1}{2}v_n, \quad (2)$$

$$w_{n+1} = \frac{1}{2}v_n \frac{w_n}{u_n + w_n}. \quad (3)$$

- c) Mostre que $u_{n+1} + v_{n+1} + w_{n+1} = 1$ e use esse fato para eliminar w das equações acima.
- d) Mostre que as novas equações apresentam um estado estacionário com $\bar{v} = 2/3$.
- i) Existe um único estado estacionário (\bar{u}, \bar{v}) com $\bar{v} = 2/3$?
- ii) Esse estado estacionário é estável?