

# MS680 – Modelos Matemáticos para Biologia

## – Atividade 5 –

Entregar 16 de Setembro de 2013

### Genética Populacional

Considere uma população no qual as fêmeas homocigoto acasalam apenas com machos homocigotos do tipo oposto (AA com aa e aa com AA) e as fêmeas heterocigoto (Aa) acasalam com machos AA e aa dependendo de sua prevalência relativa. Suponha também que a frequência dos genes  $u, v$  e  $w$ , com  $u + v + w = 1$ , segue a seguinte tabela de acasalamento:

Genótipo		AA	Aa	aa
	Frequência	$u$	$v$	$w$
AA	$u$	0	0	$u$
Aa	$v$	$\frac{uv}{u+w}$	0	$\frac{vw}{u+w}$
aa	$w$	$w$	0	0

- a) Elabore uma tabela para a frequência dos genes dos descendentes de todos os acasalamentos possíveis.
- b) Mostre que a frequência  $u_{n+1}, v_{n+1}$  e  $w_{n+1}$  dos genes dos descendentes na geração  $n + 1$  satisfaz as seguintes equações:

$$u_{n+1} = \frac{1}{2}v_n \frac{u_n}{u_n + w_n}, \quad (1)$$

$$v_{n+1} = u_n + w_n + \frac{1}{2}v_n, \quad (2)$$

$$w_{n+1} = \frac{1}{2}v_n \frac{w_n}{u_n + w_n}. \quad (3)$$

- c) Mostre que  $u_{n+1} + v_{n+1} + w_{n+1} = 1$  e use esse fato para eliminar  $w$  das equações acima.
- d) Mostre que as novas equações apresentam um estado estacionário com  $\bar{v} = 2/3$ .
- Existe um único estado estacionário  $(\bar{u}, \bar{v})$  com  $\bar{v} = 2/3$ ?
  - Esse estado estacionário é estável?