

Q1. Considere o sistema $\dot{x} = -y, \dot{y} = x(x - 1)$.

- (a) Esboce o retrato de fase em algum software para você ter uma ideia de como é a dinâmica do sistema (não precisa colocar na lista).
- (b) Use suporte computacional para construir a variedade estável e a variedade instável na origem (usando aproximações sucessivas).
- (c) Levando em conta que o sistema é hamiltoniano (ou seja, existe função $H(x, y)$ tal que $\dot{x} = -\partial H/\partial y, \dot{y} = \partial H/\partial x$, e portanto as curvas de nível $H(x, y) = c$ são soluções), mostre que existe uma trajetória $\gamma(t)$ tal que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \gamma(t) = (0, 0), \quad \lim_{t \rightarrow -\infty} \gamma(t) = (0, 0)$$

(órbita homoclínica).

Q2. Exiba a forma normal até ordem 4 do campo vetorial $\dot{x} = x + 3x^2 + y^3, \dot{y} = 3y + y^2$.

Q3. Calcule a matriz do operador homológico $L_{A_j}^{k,2} : H_k^2 \rightarrow H_k^2$ associado às matrizes A_j abaixo para $k = 2$ e $k = 3$, determinando seus autovalores e autovetores.

(a) $A_1 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

(b) $A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$

(c) $A_3 = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$

Quais são os monômios ressonantes¹ de grau 2 e 3 associados a cada um dos casos?

¹Estamos considerando equações diferenciais, não difeomorfismos.