

- Q1.** Sejam  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  homeomorfismos. Mostre que se  $f, g$  são topologicamente equivalentes (existe homeomorfismo  $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tal que  $h \circ f = g \circ h$ ), então  $f, g$  tem a mesma quantidade de pontos fixos. Mostre que essa condição não é suficiente.
- Q2.** Exiba um homeomorfismo  $f : S^1 \rightarrow S^1$  que não seja uma rotação e construa seu levantamento.
- Q3.** Estude os pontos fixos e periódicos de  $f : S^1 \rightarrow S^1$  dada por  $f(x) = 5x \pmod{1}$ .
- Q4.** Seja  $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  dada por  $f(x) = 2x$  se  $x \in [0, 1/2)$  e  $f(x) = 2x - 1$  se  $x \in [1/2, 1]$ . Estude os pontos fixos e periódicos de  $f(x)$ .
- Q5.** Mostre que o sistema

$$\begin{cases} \dot{x} &= x - y - x\sqrt{x^2 + y^2}, \\ \dot{y} &= x + y - y\sqrt{x^2 + y^2} \end{cases}$$

tem um ciclo limite usando a mudança de coordenadas para coordenadas polares

$$x = r \cos(\theta), \quad y = r \sin(\theta).$$

Faça um esboço do retrato de fase, ilustrando o comportamento de soluções que começam dentro e fora da região delimitada pelo ciclo limite.