IMECC/Unicamp
MM442 - Introdução aos Sistemas Dinâmicos
Prof. Ricardo Miranda Martins
Lista 1

Q1. Estude os pontos fixos e os pontos periódicos de período 2 e 3 de $Q_c(x) = x^2 + c$ conforme o valor de $c \in \mathbb{R}$ (determine a quantidade máxima e, se possível, explicite os pontos).

Q2. Estude os pontos fixos e os pontos periódicos (período 2) de $F_\lambda(x) = \lambda x(1-x)$, conforme o valor de λ.

Q3. Considere S^1 como o quociente de $[0,1]$ pela relação de equivalência $0 \sim 1$. Estude as órbitas da ação de S^1 em S^1 dada por $(z, w) \mapsto w + z \mod 1$, nos casos:

(a) $z = 1/2$,

(b) $z = 1/5$,

(c) $z = \sqrt{2}/2$.

Discuta, em particular, a cardinalidade das órbitas.

Q4. Resolva o sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} \dot{x} &=& x + 3y, \\ \dot{y} &=& 2x + 2y \end{cases}$$

e esboce as soluções que passam pelos pontos:

(a) $(1,1)$,

(b) $(1,-1)$,

(c) $(0,-2)$.

Q5. Seja $\alpha_\epsilon(t)$ uma solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} \dot{x} &=& -x + \epsilon y, \\ \dot{y} &=& y \end{cases}$$

com condição inicial $\alpha_\epsilon(0) = (1,1)$ e $\epsilon > 0$. Mostre que essa solução depende continuamente de ϵ e que $\lim_{\epsilon \to 0} \alpha_\epsilon(t) = \alpha_0(t)$ para todo t. Ilustre geometricamente.

Observações:

- Para ilustrações e esboços, você pode usar o WolframCloud/Mathematica (`https://www.wolframcloud.com/`) ou fazer os gráficos em Python (tem um tutorial que eu fiz aqui: `https://rmiranda99.github.io/tutorial-math-python/1-intro.html`).
- Veja a url
`https://www.wolframcloud.com/obj/98a8c051-3fa0-4508-a2cb-c24c428c4b6c`
para alguns comandos úteis do WolframCloud/Mathematica.