3 Prova

MA-311 — Cálculo III

1 Semestre de 2008

Nome:	RA:	Prof.:

Esta prova tem um total de 5 questões valendo 10 pontos. Para maximizar seu tempo procure não gastar em cada questão, em minutos, mais do que 10 vezes o seu valor em pontos. É essencial justificar detalhadamente todas as respostas.

Escreva suas respostas de forma clara e evite toda e qualquer rasura. Use o verso das páginas de questões para rascunho, se necessário.

NÃO DESTAQUE AS PÁGINAS DA PROVA!

1	2.0	
2	2.0	
3	2.0	
4	2.0	
5	2.0	
Total	10.0	

Não é permitido o uso de calculadoras!

1. (*2.0 pontos*)

   (a) Encontre o intervalo de convergência da série (teste os extremos): $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n\ 5^n}$

   (b) Encontre a série de Taylor em torno de $a = 1$ da função $f(x) = \frac{1}{x}$

2. (*2.0 pontos*)

   (a) (0.3) Mostre que $x = 0$ é um ponto ordinário para a equação

   $$(4 + x^2)y'' - 2y = 0 \qquad (*)$$

   (b) (0.7) Determine a fórmula de recorrência da solução em série da equação (*);

   (c) (0.7) Determine a fórmula para o coeficiente geral da solução da equação (*);

   (d) (0.3) Encontre a solução por série de potências da equação (*) dado que $y(0) = 4$ e $y'(0) = 5$.

3. (*2.0 pontos*) Considere a equação diferencial $6x^2y'' + 7xy' - (x^2 + 2)y = 0$. Responda as seguintes questões SEM calcular os coeficientes.

   (a) Escreva a solução geral em séries de potências em torno do ponto $x = 2$.

   (b) Qual o raio mínimo de convergência da série de potências em (a)?

   (c) Escreva a forma geral da solução em série de Frobenius em torno do ponto $x = 0$.

   (d) Qual o raio mínimo de convergência da série de Frobenius em (c)?

4. (*2.0 pontos*)

   (a) (0.3) Apresente a extensão ímpar da função

   $$f(x) = \begin{cases} 1, & 0 \le x < 1 \\ 0, & 1 \le x < 2 \end{cases}$$

   e esboce o gráfico no intervalo $-2 < x < 2$.

   (b) (1.7) Encontre a série de Fourier em senos da função acima.

5. (*2.0 pontos*) Usando o método de separação de variáveis encontrar a solução da seguinte equação da onda. **Explique detalhadamente como se resolve o problema**

   $$\begin{cases} 4y_{tt} = y_{xx}, & 0 < x < \pi, \quad t > 0 \\ y(0,t) = 0, & y(\pi,t) = 0, \\ y(x,0) = 0, & y_t(x,0) = \frac{1}{10}\text{sen } x \end{cases}$$