DM–IMECC–UNICAMP – Álgebra Linear - MA327 - T. #
Prof. Marcelo M. Santos – **Exame, 14/07/2010**

Aluno: ____________________________ RA: ____________

Assinatura (idêntica à do RG): ________________________________

Observações: *Tempo de prova: 100min. Justifique sucintamente todas as suas afirmações.* (RESPOSTAS SEM JUSTIFICATIVAS NÃO SERÃO CONSIDERADAS!). Ponha suas resoluções nas folhas em branco em ordem crescente. NÃO DESTAQUE AS PÁGINAS DA PROVA. É proibido o uso de qualquer equipamento eletrônico; em particular do celular ou calculadora. Desligar o celular! Cada questão vale 2,5 pontos.

Questão 1. Considere o espaço vetorial real $\mathbb{R}^4$ e os seguintes subespaços

$$U = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4\,;\, x + y - z + t = 0 \text{ e } z - t = 0\},$$

$$W = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4\,;\, x + y + z = 0\}.$$

a) Determine uma base para o subespaço $U + W$.

b) O subespaço $U + W$ é uma soma direta dos subespaços U e W? (Não se esqueça de justificar.)

c) Determine uma base para o subespaço $U \cap W$.

2. Considere o espaço Euclidiano $\mathbb{R}^4$ munido do produto interno usual. Seja S o subespaço gerado pelos elementos do seguinte subconjunto:

$$\beta = \{(1, 1, 1, 1),\ (1, -1, 1, 1)\} \subset \mathbb{R}^4.$$

Determine o subespaço ortogonal $S^\perp$ e uma base ortogonal para o mesmo, através do processo de Gram-Schmidt.

3. Considere o operador linear T sobre $\mathbb{R}^2$ tal que

$$[T]_\gamma^\alpha = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix},$$

onde $\alpha = \{(0,1),(1,0)\}$ e $\gamma = \{(-1,0),(0,-1)\}$ são bases ordenadas do $\mathbb{R}^2$.

a) Determine $T(1,0)$ e $T(0,1)$.

b) Determine a matriz $[I]_\gamma^\alpha$.

c) Determine explicitamente a expressão do operador linear T.

d) O operador linear T^2 é diagonalizável? (Não se esqueça de justificar.)

4. Calcule a forma diagonal da matriz

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}.$$

Utilizando a forma diagonal determine A^n, qualquer que seja $n \in \mathbb{N}$.

Boa prova!