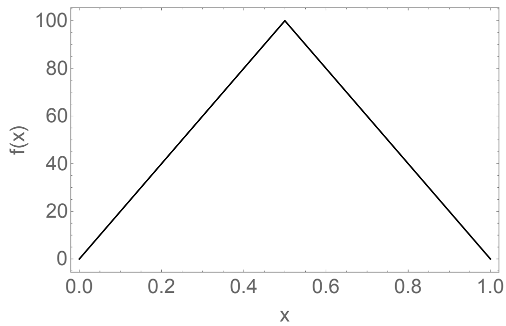
Lista 15 - MA311CD, 2021

Equações diferenciais parciais.

Ricardo Antonio Mosna, janeiro de 2020

1. Ache a série de Fourier da função $f(x) = \text{sen}^3(x)$.

2. Considere a função $f(x)$ definida para x ente 0 e 1 pela figura abaixo.



   Determine a série de Fourier da extensão periódica par de $f(x)$. Faça um gráfico de f juntamente com a soma dos m primeiros termos da série, aumentando gradualmente m.

3. Considere uma barra de comprimento 1 (em algum sistema de unidades) e com uma distribuição inicial de temperatura dada por $f(x)$ do exercício anterior. Sabemos que a evolução da temperatura na barra, $u(t, x)$, segue a equação do calor,

$$\frac{\partial u}{\partial t} = K \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}.$$

   Suponha que as extremidades da barra sejam termicamente isoladas (i.e., $u_x(t, 0) = u_x(t, 1) = 0$) e que $K = 1$ nas unidades escolhidas. Determine $u(t, x)$. Faça gráficos deste perfil de temperatura para vários valores de t.

4. Resolva a equação da onda $u_{tt} - u_{xx} = 0$ no segmento de reta $0 < x < 1$ com condições iniciais $u(0, x) = 0$ e $u_t(0, x) = 1$, e condições de contorno $u(t, 0) = u(t, 1) = 0$, $t > 0$. Note que isso corresponde à situação em que você tem uma corda com extremidades fixas e inicialmente em repouso e que, em $t = 0$, recebe uma "pancada" uniforme em toda a sua extensão.

5. Resolva a equação da onda $u_{tt} - u_{xx} = 0$ no segmento de reta $0 < x < 1$ com extremidades fixas (isto é, $u(t, 0) = 0$ e $u(t, 1) = 0$) e com condições iniciais $u(0, x) = 0$ e $u_t(0, x) = 1$ para x entre 0 e $1/10$ e $u_t(0, x) = 0$ caso contrário. Note que isso corresponde à situação em que você tem uma corda com extremidades fixas e inicialmente em repouso e que, em $t = 0$, recebe

uma "pancada" na região próxima à sua extremidade esquerda. Faça uma animação com a evolução temporal do perfil de u.