

Lista 9 - MA311CD, 2020

Sistemas de equações diferenciais ordinárias.

Ricardo Antonio Mosna, novembro de 2020

1. Ache a solução geral dos seguintes sistemas de EDOs usando o método dos autovetores. Em seguida, ache a solução dos PVI's associados com condições iniciais dadas por $x(0) = 1$, $y(0) = 2$.

$$(a) \begin{cases} x' = -2x + 5y, \\ y' = x + 2y. \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} x' = x - 8y, \\ y' = 2x + y. \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} x' = 5x, \\ y' = 5y. \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} x' = 4x - 2y, \\ y' = 8x - 4y. \end{cases}$$

2. Ache a solução geral dos seguintes sistemas de EDOs usando o método dos autovetores. Em seguida, ache a solução dos PVI's associados com condições iniciais dadas por $x(0) = 1$, $y(0) = 2$, $z(0) = 3$.

$$(a) \begin{cases} x' = 2x + y + z, \\ y' = x + 2y + z, \\ z' = x + y + 2z. \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} x' = x + y + z, \\ y' = 2x + y - z, \\ z' = -y + z. \end{cases}$$

3. Ache a solução geral dos seguintes sistemas de EDOs usando o método de variação dos parâmetros. Em seguida, ache a solução dos PVI's associados com condições iniciais dadas por $x(0) = 1$, $y(0) = -2$.

$$(a) \begin{cases} x' = -2x + 5y + t, \\ y' = x + 2y + 1. \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} x' = 4x - 2y + t^2, \\ y' = 8x - 4y + t. \end{cases}$$

4. Resolva todos os exercícios anteriores com o software Mathematica (diretamente com o comando DSolve mesmo).
5. Para os exercícios 1 e 2 acima, desenhe o espaço de fases com os campos de vetores determinados por cada sistema de equações diferenciais. Em seguida superponha a curva solução, em cada caso, ao campo de vetores no espaço de fases.
6. (Opcional) O exercício acima usa sistemas autônomos, que são sistemas de equações diferenciais ordinárias que não dependem explicitamente da variável independente (t , no caso). O caso não autônomo exige que aumentemos o espaço de fases para um espaço de fases estendido, onde aparece também o eixo correspondente à variável t . Para o exercício 3 acima, desenhe o espaço de fases estendido com os campos de vetores determinados por cada sistema de equações diferenciais. Em seguida superponha a curva solução, em cada caso, ao campo de vetores no espaço de fases.