

## Lista 2 - MA311CD, 2020

Teorema de existência e unicidade, equações exatas e redução de ordem.

Ricardo Antonio Mosna, setembro de 2020

1. Resolva o problema 1 da lista 1 usando o software Mathematica. Em cada caso, plote as soluções juntamente com o campo de direções da EDO em questão.
2. Resolva as seguintes equações diferenciais e, se for o caso, o problema de valor inicial correspondente.

(a)  $(x^2 + y^2)y' + 2xy = 0, y(0) = 1.$

(b)  $xyy' + x^2 + y^2 + x = 0;$

(c)  $(1 + x)y'' + y' = 0;$

(d)  $(x^2y^4 e^y - x^2y^2 - 3x)y' + (2xy^4 e^y + 2xy^3 + y) = 0;$

(e)  $yy'' = y^2y' + (y')^2.$

3. Considere a equação diferencial  $M(x, y) + N(x, y)y' = 0.$

(a) Suponha que essa equação tenha um fator integrante que dependa do produto  $xy$ , isto é, que seja da forma  $\mu(xy)$ . Encontre a fórmula geral deste fator integrante.

(b) Use o item anterior para resolver a equação diferencial

$$\left(3x + \frac{6}{y}\right) + \left(\frac{x^2}{y} + \frac{3y}{x}\right)y' = 0.$$

(c) Plote suas soluções do item anterior juntamente com o campo de direções dessa equação diferencial. Dica: use o comando ContourPlot do Mathematica.

(d) Resolva o item (b) diretamente com o comando DSolve do Mathematica. Sua resposta no item (b) é mais esperta que a dele?

4. Considere a equação diferencial  $y' + p(x)y = x^2$  onde

$$p(x) = \begin{cases} c(1 + x), & x < 0, \\ 3x^2, & x \geq 0, \end{cases}$$

e  $c$  é uma constante arbitrária.

- (a) Resolva o PVI dado pela equação acima com condição inicial  $y(2) = 4$  no intervalo  $(1, 4)$ . É possível garantir a unicidade da solução nesse intervalo?

- (b) É possível encontrar valores de  $c$  para os quais a equação acima admita uma única solução para o PVI com  $y(0) = 0$  no intervalo  $(-\infty, +\infty)$ ? Se sim, determine tais valores e a solução correspondente.
5. Há uma relação geométrica entre equações exatas, curvas de nível de uma função  $\phi$  de duas variáveis e seu gradiente. Elabore. Ilustre seu argumento com  $\phi$  dada por  $\phi(x, y) = xy$ . Qual seria a equação diferencial correspondente a esse caso?