Lista 1 - MA311CD, 2020

Campos de direção, equações separáveis, homogêneas e fator integrante.

Ricardo Antonio Mosna, setembro de 2020

1. Resolva as seguintes equações diferenciais e, se for o caso, o problema de valor inicial correspondente:

   (a) $y' + 2xy = x, y(0) = -2;$

   (b) $xy' = 3y + x^4 \cos(x), y(2\pi) = 0;$

   (c) $2yy' = x(x^2 - 16)^{-1/2}, y(5) = 2;$

   (d) $x^2y' = x^2 + xy + y^2;$

   (e) $xy' + (2x - 3)y = 4x^4;$

   (f) $xyy' + x^2 + y^2 + x = 0;$

   (g) $y' = 2xy^2 + 3x^2y^2, y(1) = -1;$

   (h) $y' = \frac{4y-3x}{2x-y};$

   (i) $(x^2 + 4)y' + 3xy = x.y(0) = 1;$

   (j) $\frac{dy}{dx} = 1 + x + y + xy.$

2. Considere a equação diferencial
$$\frac{dP}{dt} = a\,P\,(1 - \alpha P),$$
onde α é uma constante positiva e $a = 1$. Fique à vontade para usar o Mathematica para resolver este exercício.

   (a) Antes de tentar resolver analiticamente essa EDO, desenhe seu campo de direções para vários valores de α, em particular para $\alpha = 1$, $1/2$ e $1/3$.

   (b) Desenhe as soluções dessa EDO com condição inicial $P(0) = 1$ e $P(0) = 5$. Faça isso **à mão, sobre as figuras do item anterior**.

   (c) O modelo acima é a equação logística, que dá uma descrição de certas dinâmicas populacionais. Aqui, $P(t)$ é o número de indivíduos (digamos, medido em milhares, milhões ou outra unidade) no instante t. Interprete o que acontece com a população $P(t)$, de acordo com este modelo, usando o que você obteve no item anterior.

3. Considere agora o problema de valor inicial
$$\frac{dP}{dt} = a\,P\,(1 - \alpha P), \qquad P(0) = P_0,$$
onde α, a e P_0 são constantes positivas.

(a) Determine sua solução, agora analiticamente.

(b) O que você pode afirmar sobre o comportamento assintótico de $P(t)$ quando $t \to \infty$?

(c) Esboce algumas soluções.

(d) Seus resultados confirmam sua análise do exercício anterior?