Exemplos - Coordenadas

Exemplo 1: *Considere o espaço vetorial* $\mathbb{R}^2$ *e as bases* $\beta = \{(1,0),(0,1)\}$ *e* $\gamma = \{(1,1),(0,1)\}$ *para* $\mathbb{R}^2$. *As Coordenadas do elemento* $v = (2,-3) \in \mathbb{R}^2$ *com relação as bases* β *e* γ, *respectivamente, são:*

$$[v]_\beta = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix} \qquad e \qquad [v]_\gamma = \begin{bmatrix} 2 \\ -5 \end{bmatrix}$$

.

Escrevendo o elemento v como combinação linear dos elementos da base β, obtemos:

$$(2,-3) = a_1(1,0) + a_2(0,1) \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 2 \\ a_2 = -3 \end{cases}$$

E portanto:

$$[v]_\beta = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$$

Agora, escrevendo v como combinação linear dos elementos da base γ, obtemos:

$$(2,-3) = b_1(1,1) + b_2(0,1) \Rightarrow \begin{cases} b_1 = 2 \\ b_1 + b_2 = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1 = 2 \\ b_2 = -5 \end{cases}$$

E portanto:

$$[v]_\gamma = \begin{bmatrix} 2 \\ -5 \end{bmatrix}$$

Observe que as Coordenadas do elemento dependem fortemente da base em questão.

Exemplo 2: *Considere o espaço vetorial* $\mathbb{R}^3$ *e as bases* **ordenadas** $\beta = \{(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1)\}$ *e* $\gamma = \{(0,0,1),(1,0,0),(0,1,0)\}$ *para* $\mathbb{R}^3$. *As Coordenadas do elemento* $v = (2,-1,5) \in \mathbb{R}^3$ *com relação as bases* β *e* γ, *respectivamente, são:*

$$[v]_\beta = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{bmatrix} \qquad e \qquad [v]_\gamma = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

. Observe que a ordem dos elementos de uma base influi na matriz de coordenadas de um elemento com relação a esta base. Por causa disso, consideramos bases ordenadas, ou seja, que os elementos estão ordenados na ordem em que aparecem.

Exemplo 3: *Determine as coordenadas do polinômio* $p(x) = 2 + x + 3x^2 \in P_2(\mathbb{R})$ *com relação a base* $\beta = \left\{1, 1+x, 1+x^2\right\}$.

Escrevendo o elemento $p(x)$ como combinação linear dos elementos da base β, obtemos:

$$2 + x + 3x^2 = a_1 + a_2(1+x) + a_3(1+x^2) = (a_1+a_2+a_3) + a_2 x + a_3 x^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 = 2 \\ a_2 = 1 \\ a_3 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = -2 \\ a_2 = 1 \\ a_3 = 3 \end{cases}$$

E Portanto:

$$[p(x)]_\beta = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

.