

# Propriedades da Multiplicação por Escalar

Para toda  $F, G \in L(U, V)$  e  $\alpha, \beta \in \mathbb{K}$  valem as seguintes propriedades:

(M1) Associativa:  $(\alpha\beta)F = \alpha(\beta F)$ ;

**Prova:** Seja  $u \in U$ , temos que:

$$((\alpha\beta)F)(u) = (\alpha\beta)F(u) = \alpha(\beta F(u)) = \alpha(\beta F)(u)$$

(M2)  $(\alpha + \beta)F = \alpha F + \beta F$ ;

**Prova:** Seja  $u \in U$ , temos que:

$$((\alpha + \beta)F)(u) = (\alpha + \beta)F(u) = \alpha F(u) + \beta F(u)$$

(M3)  $\alpha(F + G) = \alpha F + \alpha G$ ;

**Prova:** Seja  $u \in U$ , temos:

$$(\alpha(F + G))(u) = \alpha(F + G)(u) = \alpha(F(u) + G(u)) = \alpha F(u) + \alpha G(u) = (\alpha F)(u) + (\alpha G)(u)$$

(M4)  $1F = F$ ;

**Prova:** De fato, para todo  $u \in U$  temos:  $(1F)(u) = 1F(u) = F(u)$ .