Teorema - Autovalores e Autovetores

Teorema: S_λ é um subespaço vetorial do espaço vetorial V. S_λ é então denominado **subespaço associado ao autovalor** λ.

Demonstração: Vamos verificar as condições para S_λ ser um subespaço vetorial de V:
(i) O elemento neutro de V está em S_λ, pela forma como foi definido S_λ.
(ii) Considere $v_1, v_2 \in S_\lambda$, isto é, $T(v_1) = \lambda v_1$ e $T(v_2) = \lambda v_2$. Como T é uma transformação linear, temos que:

$$T(v_1 + v_2) = T(v_1) + T(v_2) = \lambda v_1 + \lambda v_2 = \lambda(v_1 + v_2)$$

Assim, $v_1 + v_2 \in S_\lambda$.
(iii) Considere $v \in S_\lambda$, isto é, $T(v) = \lambda v$ e um escalar $\alpha \in \mathbb{K}$. Como T é transformação linear, temos que:

$$T(\alpha v) = \alpha T(v) = \alpha(\lambda v) = \lambda(\alpha v)$$

Assim, $\alpha v \in S_\lambda$, para todo $\alpha \in \mathbb{K}$ e $v \in V$. Dessa forma, mostramos que S_λ é um subespaço vetorial de V.