



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E COMPUTAÇÃO CIENTÍFICA  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA APLICADA



Felipe Maia Lopes Sinoti

## **Geometrizando - um jogo mobile de geometria analítica para incentivar estudantes**

Campinas  
15/11/2024

Felipe Maia Lopes Sinoti

## **Geometrizando - um jogo mobile de geometria analítica para incentivar estudantes<sup>1</sup>**

Monografia apresentada ao Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos para obtenção de créditos na disciplina Projeto Supervisionado, sob a orientação do(a) Prof. Giuliano Angelo Zugliani.

---

<sup>1</sup>Este trabalho foi financiado pelo CNPq.

## Resumo

O presente trabalho é uma continuação de um grande projeto: um jogo de matemática! Nele, nos propomos a transformar o conteúdo ensinado nas aulas de geometria analítica em um jogo digital para celular, por meio do motor de jogos *Unity*. Nesta etapa do projeto, fizemos algumas melhorias nos sistemas já implementados, adicionamos questões ao game, escutamos e implementamos melhorias com base em feedbacks recolhidos e também criamos novos sistemas que corroboram com o divertimento do jogador. Tudo isso para proporcionar uma experiência divertida e dinâmica.

## Abstract

This work is a continuation of a larger project: a mathematical game! In it, we aim to transform the content taught in analytical geometry lessons into a mobile game using the *Unity* game engine. At this stage of the project, we have made improvements to the systems already implemented, added new questions to the game, listened to and implemented improvements based on feedback collected, and also created new systems that enhanced the player's enjoyment. All of this is designed to provide an engaging and dynamic experience.”

# Conteúdo

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>6</b>
<b>2</b>	<b>Desenvolvimento das questões: o que mudou e o que foi implementado</b>	<b>7</b>
2.1	Questões Padrão . . . . .	7
2.2	Questões Visuais . . . . .	9
2.3	Calculadora de Escalonamento . . . . .	10
2.4	Rotação da ponte . . . . .	11
2.5	Distância entre dois pontos . . . . .	11
<b>3</b>	<b>Correções e melhorias</b>	<b>12</b>
<b>4</b>	<b>Implementação de novas mecânicas</b>	<b>14</b>
4.1	Sistema de níveis . . . . .	14
4.2	Sistema de inventários e itens . . . . .	16
4.3	Sistema de moedas . . . . .	17
4.4	Sistema para balanceamento do jogo . . . . .	17
<b>5</b>	<b>Resultados</b>	<b>18</b>
<b>6</b>	<b>Conclusão</b>	<b>19</b>

# 1 Introdução

O projeto do jogo Geometrizando nasceu em 2023 com a proposta de ser um jogo educacional para celular em que os alunos aprendessem a matéria de geometria analítica de uma forma mais interativa. No início do projeto, pensamos em desenvolver um jogo de perguntas e respostas simples, onde o estudante leria uma pergunta na tela e informaria a resposta (algumas de verdadeiro ou falso, outras com mais alternativas e ainda algumas com input numérico). Porém, com o passar do projeto, percebemos que seria mais interessante criar um game no estilo *RPG-retrô*, abarcando maior possibilidade de interação e, conseqüentemente, motivação para que o estudante continue jogando. Logo, mantendo a lógica de perguntas e respostas, buscamos construir uma narrativa para o universo do game, onde o foco principal é a geometria analítica.

Sendo assim, o que foi feito neste projeto visou dar continuidade no desenvolvimento do projeto como um todo, tendo a meta de aprimorar o que já foi feito; recolher feedbacks para realizar as implementações necessárias; implementar novas dinâmicas e sistemas; e disponibilizar uma demo jogável. Tudo isso em conjunto com o aluno Mário Sergio Maduro Santana, que entrou no projeto através de uma iniciação científica com o objetivo de implementar novas questões e desafios ao jogo.

Assim, a abordagem desse relatório será focada no desenvolvimento de alguns pontos-chave para o jogo:

- Desenvolvimento das questões: o que mudou e o que foi implementado
- Correções e melhorias
- Implementação de novas mecânicas
- Lançamento de uma versão jogável para testes (demo)

Por fim, é importante ressaltar que este projeto está sendo financiado pelo CNPq, sendo um projeto de pesquisa básica que contribui para o desenvolvimento científico e tecnológico. Vale salientar que tal projeto também tem relação com a área de Tecnologias de Produção, nos setores de Comunicações e Serviços. Mais ainda, tal projeto traz um caráter extensionista e pode ser replicado para estudantes de outras instituições,

tendo em vista a similaridade das ementas da disciplina, ou futuramente mesmo no ensino médio nessa direção, tendo em vista que parte da ementa já é conhecida nesta fase acadêmica.

## 2 Desenvolvimento das questões: o que mudou e o que foi implementado

### 2.1 Questões Padrão

O funcionamento padrão do jogo é da seguinte maneira: o jogador anda explorando o mundo de Matrides (nome do universo o qual o jogo se passao) e, quando o jogador se encontrar com um monstro e se colidir com ele, o combate se inicia. Dentro deste combate, o jogador poderá decidir entre fugir da luta (caso não se sinta preparado diante do adversário), ou lutar. No segundo caso, será aberto um menu de opções para o player, onde ele poderá escolher um assunto da matéria para resolver a questão. Assim que for escolhido, uma questão aleatória sobre o tema aparecerá e o player terá que escolher resolver o problema e assinalar a resposta certa. No caso de falha, o personagem não causará dano no monstro. Após isso, é o turno do monstro, que ataca o jogador e acerta com base nos níveis do jogador. Se o jogador evoluiu bastante, monstros mais fracos tenderão a errar seus golpes (ou darem dano reduzido). Isso significa que tanto o personagem do jogador quanto os monstros terão atributos-base que definem o quão forte eles são. Mas falaremos disso mais à frente, ao abordarmos as implementações feitas.

O importante dessa mecânica é que ela nos mostra as questões padrões do jogo, seja de múltipla escolha ou de V ou F. Essas questões são as mais simples do jogo em termos de complexidade de implementação. Nelas, define-se uma questão com um texto e com possibilidades de resposta, que podem ou não serem aleatórias, e uma delas é a correta. É válido ressaltar que as questões de V ou F são já definidas tendo a resposta certa e errada, como por exemplo: considerando  $A$  uma matriz e  $\alpha$  um escalar, se  $\alpha \cdot A = 0$ , então  $\alpha = 0$  ou  $A = 0$ . Veja que, independentemente do jogador, do nível, do monstro, essa questão só tem uma resposta: verdadeiro. Já as questões de múltipla escolha, podem ser mais aleatórias, pois envolvem cálculos. Sendo assim, nós definimos um conjunto de regras

iniciais para elas e geramos a resposta e as outras alternativas aleatoriamente. Um bom exemplo disso é pedir o cálculo do determinante de uma matriz 2x2. Como os números dentro da matriz serão aleatórios, o valor do determinante também o será.

Exemplos:

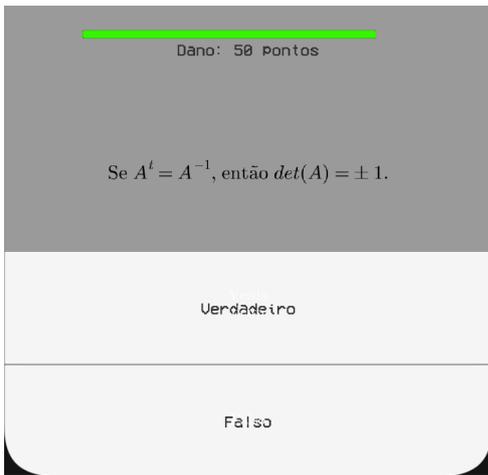


Figura 1: Questão de V ou F

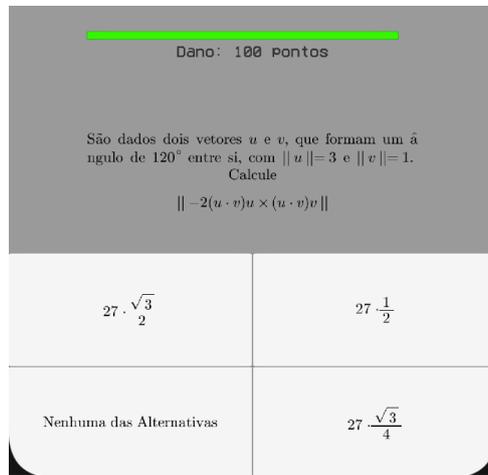


Figura 2: Questão de múltipla escolha

Portanto, populamos o jogo com mais questões dos temas de matrizes, inversas e determinantes, vetores e retas e planos. Para fins de melhor entendimento, segue abaixo um exemplo de como essas novas questões foram implementadas na prática em C para funcionarem no game:

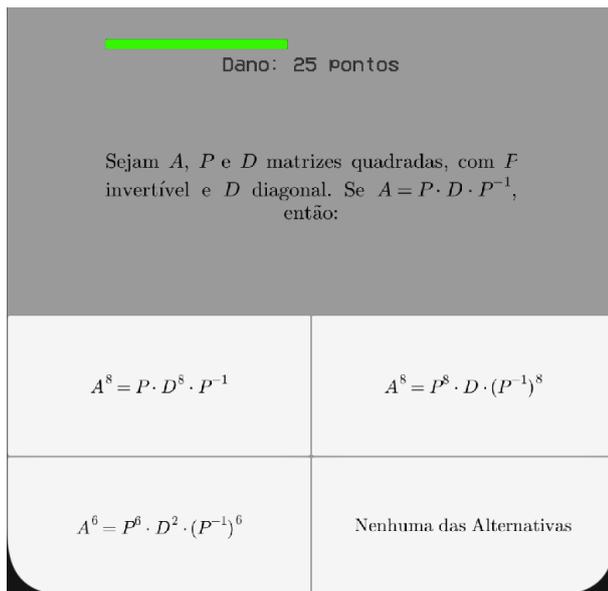


Figura 3: Questão sobre potências de matrizes diagonalizáveis.

---

```

1 private void ExpressaoMatrizInversa2x2()
2 {
3     string textQuestion="Seja $A=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$";
4     textQuestion+="tal que $ad-bc \neq 0$. O valor de $A^{-1}$ é:";
5     interQuest.SetText(textQuestion);
6     string respostaCerta="$\frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$";
7     string[] respostasErradas = new string[3];
8     respostasErradas[0]="$\frac{1}{ad+bc} \begin{bmatrix} d & b \\ c & a \end{bmatrix}$";
9     respostasErradas[1]="$\frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & b \\ c & a \end{bmatrix}$";
10    respostasErradas[2]="$\frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} -d & b \\ c & -a \end{bmatrix}$";
11    interQuest.SetValInButtons(respostaCerta, respostasErradas);
12 }

```

---

Listing 1: Código sobre potências de matrizes diagonalizáveis.

Vale ressaltar que, para deixar um efeito matemático desejado, também comparamos e adicionamos um pacote de Latex à Unity, que anteriormente não tínhamos.

## 2.2 Questões Visuais

Além das questões padrões, também implementamos novas questões visuais. Esse tipo de questão se diferencia pelo fato de possuir maior iterabilidade e necessidade de contato por parte do player. Embora sejam mais complexas de se implementarem tanto no sentido técnico quanto no sentido criativo, elas exprimem a essência do jogo: interação + aprendizado + gameificação. É aqui que o projeto se diferencia mais, pois ele não busca ser somente um jogo de perguntas e repostas, mas um jogo que leve o jogador a pensar e planejar o que e como fazer, para sair do automático.

Vale ressaltar que questões desse tipo são as mais demoradas a serem implementadas e codificadas, principalmente por exigirem: conhecimento matemático do assunto em questão; aplicação prática para dar um contexto dentro do jogo; didática para saber instigar o aprendizado; e criatividade para entender como passar assuntos complexos de maneira lúdica.

Dito isto, seguem as questões visuais implementadas dentro do jogo:

## 2.3 Calculadora de Escalonamento

A ideia dessa ferramenta é permitir o jogador fazer cálculos completos em matrizes de uma maneira prática. A partir dela, é possível realizar as operações em uma dada matriz: inversão de linhas, multiplicação por escalar e combinação de linhas.



Figura 4: Menu Inicial de Opções

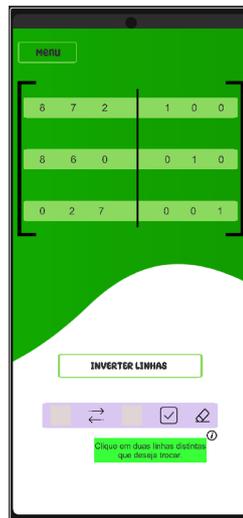


Figura 5: Inversão de Linhas

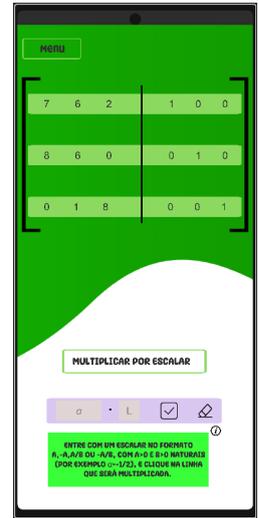


Figura 6: Multiplicar por Escalar



Figura 7: Combinação de Linhas



Figura 8: Tela de Resposta

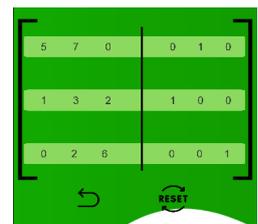


Figura 9: Botões de Voltar e de Reset, os quais surgem na tela à medida que é necessário

Além disso, a ferramenta também fornece ao player um feedback tático do que ele está realizando por meio de uma sessão de notas:



Figura 10: Nota de Esquecimento na tela *Inverter Linhas*.



Figura 11: Nota de Esquecimento na tela *Multiplicar por Escalar*.

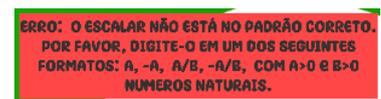


Figura 12: Erro: O Usuário inseriu o escalar fora do padrão.

## 2.4 Rotação da ponte

O objetivo desta questão é calcular o ângulo que a ponte deve fazer com o eixo  $x$  para permitir que o guerreiro atravesse o rio. Para facilitar a escolha da resposta, restringimos os ângulos possíveis às seguintes opções:  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $135^\circ$ ,  $150^\circ$  e  $180^\circ$ .



Figura 13



Figura 14



Figura 15

## 2.5 Distância entre dois pontos

Na questão envolvendo a distância entre dois pontos, o estudante deve calcular a largura do rio usando os pontos de referência amarelos localizados em suas margens. Se o comprimento da ponte não for suficiente para permitir a travessia do guerreiro, uma resposta correta faz com que ele salte para alcançar a outra margem. O propósito desta atividade é determinar a largura do rio e avaliar se a ponte é longa o bastante para atravessá-lo. Consulte as figuras (16), (17) e (18).



Figura 16

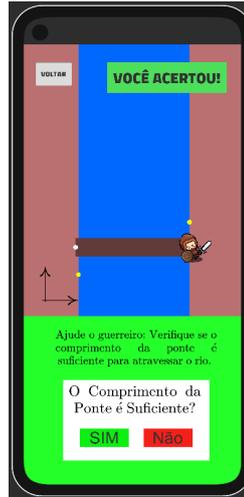


Figura 17

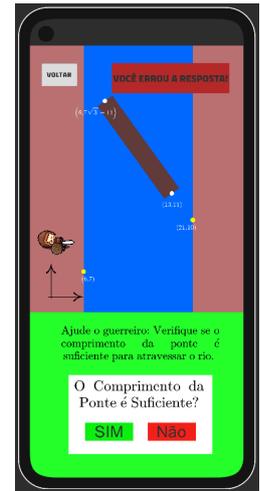


Figura 18

### 3 Correções e melhorias

Apesar de termos melhorado diversos pontos, como o projeto cresceu bastante em termos de ideia inicial e desenvolvimento, surgiram alguns problemas técnicos e sugestões advinda de feedbacks que demandaram de tempo à parte para correção.

O primeiro ponto é a interface do jogo. Antes, não tínhamos testado em muitos dispositivos diversos para entendermos o que estava funcionando e o que não estava. Depois, fizemos alguns testes e percebemos alguns pontos de melhoria que trabalhamos para mudar. Em termos de interface, as principais mudanças foram:

- Botão de movimentação do player: estava muito pequeno e no canto. Então, aumentamos o botão e o colocamos no centro da tela.
- Letra das questos muito pequena em alguns dispositivos: aumentamos a letra para ficar mais legível.
- Ajustar a posição do player e do inimigo dentro da cena principal;

O segundo ponto se trata do próprio aprendizado do player ao jogar o jogo. Apesar de parecer simples, tivemos feedbacks e melhorias que corroboram bastante com a imersão matemática e didática dentro do jogo. Foram elas:

- Retiramos o timer dentro das questões: isso permite com que o jogador consiga pensar bem antes de responder, dando a ele mais segurança e dizendo para ir no

ritmo dele.

- Uso do latex para escrita de questões. Antes, estávamos utilizando soluções de texto (como caracteres especiais, parêntesis e afins) para escrever as questões. Agora, porém, compramos o pacote de Latex para a Unity e começamos a desenvolver questões no rigor de escrita matemática desejada. Isso permite a melhor compreensão dos enunciados e respostas.

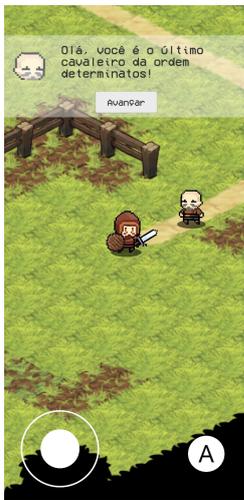


Figura 19: Versão 2023

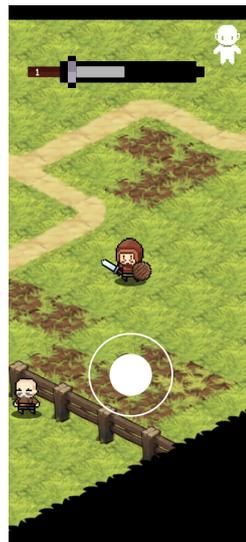


Figura 20: Versão 2024

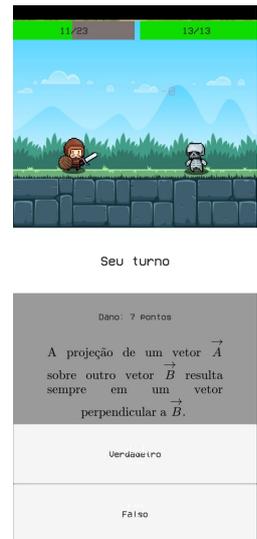


Figura 21: Versão 2024

Por fim, é importante dizer que esse é um projeto em constante melhoria. O que funciona muito bem agora pode não funcionar tão bem no futuro. Portanto, já recebemos mais feedbacks e pontos de melhorias que estamos trabalhando para consertar e implementar com o objetivo de aprimorar a experiência do jogo. Alguns deles são: melhoria no botão de movimentação do jogador (deixar mais dinâmico); retirar o botão de “Avançar” que aparece ao conversar com algum NPC e deixar a lógica no botão de “Interação”; dar mais aleatoriedade às questões que aparecem; e justar a lógica de balanceamento do jogo (que será explicada mais adiante).

## 4 Implementação de novas mecânicas

Além do desenvolvimento de novas questões e implementação de correções e melhorias, um dos nossos objetivos foi criar novas mecânicas que dessem mais vida e diversão ao game. Sendo assim, nessa ideia, construímos quatro sistemas importantes para o game:

- Sistema de níveis
- Sistema de inventários e itens
- Sistema de moedas
- Sistema para balanceamento do jogo

### 4.1 Sistema de níveis

Para a proposta do jogo fazer sentido e o jogador se sentir desafiado e, ao mesmo tempo, ter um senso de evolução, criamos o sistema de níveis. Esse sistema é bem simples: a cada monstro derrotado pelo jogador, ele ganha certa quantidade de experiência. A depender do monstro, essa quantidade aumenta ou diminui. Se essa quantidade chegar à certo limite, o player passa de nível e melhora os atributos base do seu personagem.

Da mesma maneira que criamos esse sistema para o player, também desenvolvemos o mesmo sistema para os inimigos. Cada inimigo é gerado aleatoriamente com um nível, que lhe confere os atributos base da tabela de níveis.

É interessante dizer que os atributos base dos inimigos são iguais a 70% do valor dos atributos base do player. A ideia é de que os desafios do jogo estão calibrados como uma “média 7” em uma prova convencional.

Adiante, seguem as tabelas dos atributos base do player e dos inimigos por nível (considerando somente os 7 primeiros níveis dos quais se passa a versão de demonstração do jogo).

Tabela 1: Atributos dos jogadores por nível

Player	Experiência	Vida	Ataque	Defesa	Velocidade
<b>Descrição</b>	Quantos pontos para aumentar o nível	Quantos pontos de dano pode levar	Quantos pontos de dano inflige	Quantos pontos de dano subtraído do ataque recebido	Quanto o personagem consegue correr (valor padrão)
<b>Nv. 1</b>	0	10	1	0	2
<b>Nv. 2</b>	5	30	3	1	2
<b>Nv. 3</b>	15	50	5	2	2
<b>Nv. 4</b>	25	70	7	3	2
<b>Nv. 5</b>	40	90	9	4	2
<b>Nv. 6</b>	45	120	12	6	2
<b>Nv. 7</b>	70	140	14	7	2

Tabela 2: Atributos dos inimigos por nível

Inimigo	Experiência	Vida	Ataque	Defesa
<b>Descrição</b>	Quantos pontos de dano pode levar	Quantos pontos de dano inflige	Quantos pontos de dano subtraído do ataque recebido	Quanto o personagem consegue correr (valor padrão)
<b>Nv. 1</b>	7	1	1	2
<b>Nv. 2</b>	21	2	0	2
<b>Nv. 3</b>	35	3	1	2
<b>Nv. 4</b>	49	4	2	2
<b>Nv. 5</b>	63	6	2	2
<b>Nv. 6</b>	84	8	4	2
<b>Nv. 7</b>	98	9	4	2

## 4.2 Sistema de inventários e itens

Como a proposta do jogo é criar um RPG, nada mais condizente do que um sistema de inventário e itens, no qual o jogador pode construir o seu personagem de modo mais personalizado.

Cada item possui uma série de atributos condizente à sua categoria. A categoria dos itens são:

- Arma: possui atributos de Ataque e Defesa.
- Escudo: possui atributo de Defesa.
- Armadura: possui atributo de Vida e Defesa.
- Capacete: possui atributo de Vida e Defesa.
- Capa: possui atributo de Velocidade.

Vale ressaltar que todo item possui uma redução/aumento na velocidade do jogador, conforme o peso (exceto capa, que sempre aumenta a velocidade). Essa é uma característica atribuída a todos os itens, por isso não foi colocada acima.

As diferentes combinações possíveis desse mix de itens dá ao jogador a possibilidade de personalizar seu jogo conforme lhe convém. Caso ele prefira a segurança, pode priorizar itens que aumentem a defesa em detrimento do ataque. Agora, se ele se garante nas questões, pode equipar itens cujo dano ao inimigo é maior, porém tem defesa reduzida.

Todas as diferentes combinações estão sendo pensadas de modo a divertir e instigar o jogador a desvendar o mundo de Matrides e desenvolver seu aprendizado em Geometria Analítica.

Equipamento	Categoria	Tipo	Faixa nível	Nome	Vida	Ataque	Defesa	Velocidade
	Escudo	Escudo	1 - 7	Escudo euclidea -	-	-	1	-0,3
	Escudo	Escudo	1 - 7	Escudo robusto -	-	-	2	-0,3
	Armadura	Armadura	1 - 7	Armadura euclid	9	-	6	-0,10
	Armadura	Armadura	1 - 7	Armadura euclid	10	-	7	-0,30
	Armadura	Armadura	1 - 7	Armadura euclid	8	-	5	0,10
	Arma	Espada	1 - 7	Espada robusta -	-	8	5	-0,1
	Arma	Sabre	1 - 7	Sabre euclidean -	-	7	7	-0,3
	Capacete	Capacete	1 - 7	Capacete euclid	4	-	4	0,10

Figura 22: Tabela com alguns itens até o nível 7



Figura 23: Sistema de inventário dentro do jogo

### 4.3 Sistema de moedas

Esse sistema ainda não está 100% finalizado, mas a proposta dele é bem simples: o jogador acumula moedas conforme derrota monstros e explora o mundo e, com essas moedas, ele consegue trocar por melhoria no mercado e comprar itens para se fortalecer.

A mecânica monetária do jogo é algo que sempre existiu em RPG's e se apresenta como uma maneira de engajar o jogador, permitindo-o progredir através da exploração do mundo e luta contra os inimigos.

### 4.4 Sistema para balanceamento do jogo

Para que haja uma experiência mais agradável possível, também foi feito um estudo de como deixar o sistema balanceado de modo a não haver discrepâncias muito absurdas entre jogador x inimigo ou mesmo que desincentivem o progresso do game. Isso porque a proposta do jogo é ser divertido e recompensador, no seguinte fluxo: conforme se estuda para a matéria de geometria analítica, derrota-se os inimigos com mais facilidade, gerando melhores recompensas, permitindo o jogador desvendar os mistérios do mundo e se sentir realizado com isso.

Em particular, o estudo do balanceamento abrange todos os outros sistemas citados anteriormente. Isso porque os sistemas do game precisam conversar entre si. Ora, se o jogador possui mais moedas, ele terá mais chance ter itens raros. Isso corrobora para que ele enfrente inimigos mais fortes e consiga ganhar experiência mais rápido. Portanto, se um sistema desses falha, todos falhas. Por exemplo, se é muito fácil ganhar moedas, o jogador pode acabar evoluindo rapidamente seu personagem sem que seu conhecimento da matéria evolua na devida proporção. O resultado é um jogador que só joga por diversão, mas sem muito do lado aprendizado envolvido.

Portanto, por mais que os sistemas acima estejam balanceados conforme descrito nas tabelas, ainda há trabalho para ser feito. É necessário testar exaustivamente o jogo, por uma maior quantidade de pessoas possível, para chegar a um nivelamento adequado. Vale ressaltar que essa "maior quantidade de pessoas possível" já deveria englobar as pessoas que jogariam o game para aprender a matéria, isto é, os estudantes da graduação que fazem a disciplina de geometria analítica (seja na Unicamp ou fora dela, em outras universidades).

## 5 Resultados

Apesar de termos desenvolvido bastante coisas dentro do jogo (sejam melhorias ou features novas), vemos que o game ainda tem muito potencial e possibilidades futuras.

Como a ideia do jogo é chamar a atenção e o foco dos jogadores para o ensino de Geometria Analítica através de uma maneira lúdica e atrativa, vemos que isso tem se mostrado verdadeiro com os elogios/feedbacks/apoio da comunidade a qual mostramos o projeto.

Por hora, conseguimos distribuir uma versão alpha do jogo, que serve como a demonstração que nos propomos a finalizar. Essa versão alpha foi apresentada pelo aluno Mário Sérgio Maduro Santana no XXXII Congresso de Iniciação Científica

## 6 Conclusão

O projeto se mostrou muito promissor desde a sua criação em 2023 até agora, e com o recebimento de feedbacks devido à apresentação em feiras/projeto supervisionado/marketing boca a boca, o Geometrizando vem tomando grandes proporções em termos de possibilidades futuras e escopo do projeto.

Se antes estávamos quase em sua versão final, sem mecânicas complexas de RPG e sistemas mais simples, hoje vemos que ainda existe um bom trabalho pela frente para que ele se torne um jogo excelente naquilo que ele se propõem a fazer.

É importante dizer também que, apesar de ainda não ter uma demonstração fechada no ano passado, o projeto recebeu uma menção honrosa de mérito científico no XXXI Congresso de Iniciação Científica da Unicamp, sendo um dos 20 melhores trabalhos do congresso.

Para o futuro próximo, decidimos focar na elaboração de uma gama maior de questões padrões e visuais; implementar melhorias que surgem ao decorrer do projeto; adicionar elementos importantes do jogo (como trilha sonora personalizada e marcante); construir uma narrativa mais detalhada dentro do jogo (explicar onde o jogador está, por que ele precisa derrotar os monstros e afins); fazer parcerias com professores de outras universidades e escolas para que hajam maiores jogadores testando o jogo e o sistema (isso é fundamental para o crescimento do game); e refinar os sistemas que já possuímos para que haja uma maior experiência por parte dos jogadores que desejarem se aventurar no mundo de Matrides para desvendarem os mistérios da geometria analítica e curtirem o aprendizado de maneira mais lúdica.

## Referências

- [1] Apostilas do Prof. Reginaldo de Jesus Santos. UFMG.
- [2] BOULOS, Paulo; DE CAMARGO, Ivan. Geometria Analítica - um tratamento vetorial. Prentice Hall, 3a edition, 2007.
- [3] Nos games, um caminho entre conhecimento e ensino. Pesquisa, FAPESP, 25 de abr. 2022.
- [4] Relatórios de IC: Geometrizando - um jogo mobile de geometria analítica para incentivar estudantes.