



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E COMPUTAÇÃO CIENTÍFICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA APLICADA



MARIA LUIZA BUSATO

Modelagem Matemática e Simulação Numérica do problema de uma espécie invasora na presença de duas espécies endêmicas em competição, com a chegada de algum impacto ambiental tóxico.

Campinas
17/05/2024

MARIA LUIZA BUSATO

Modelagem Matemática e Simulação Numérica do problema de uma espécie invasora na presença de duas espécies endêmicas em competição, com a chegada de algum impacto ambiental tóxico.

Monografia apresentada ao Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos para obtenção de créditos na disciplina Projeto Supervisionado, sob a orientação do(a) Prof. João Frederico da Costa Azevedo Meyer.

Resumo

O desequilíbrio de ecossistemas naturais causado pela invasão de espécies externas ou pela contaminação por poluentes tóxicos representa uma ameaça à sobrevivência de sua biota local. Diante da frequência destes eventos de impacto ambiental no Brasil, surge a necessidade do desenvolvimento de ferramentas que possibilitem o estudo dos riscos e dos possíveis rumos de enfrentamento e prevenção destas situações. Tendo isso em vista, este projeto consiste na construção de um modelo matemático capaz de simular a dinâmica populacional de duas espécies competidoras, sob efeito de predação por uma espécie invasora e de contaminação por fontes de poluentes. Este modelo é baseado na resolução de sistemas não-lineares de equações diferenciais parciais que modelam a dinâmica destas populações e a dispersão do contaminante, através da aplicação de métodos numéricos e discretizações no espaço e no tempo. Com isso, ele é capaz de ilustrar o efeito do desequilíbrio ambiental na distribuição e concentração de indivíduos de cada população em diferentes cenários, por meio de simulações que podem, inclusive, ser baseadas em cenários reais. Neste trabalho, o modelo foi aplicado em uma situação hipotética, e utilizado para a análise do prejuízo causado em populações endêmicas, inicialmente em equilíbrio, pelos efeitos da predação e da contaminação em variadas intensidades.

Abstract

The imbalance of natural ecosystems caused by the invasion of external species or contamination by toxic pollutants represents a threat to the survival of its local biota. Given the frequency of these environmental impact events in Brazil, the need arises to develop tools that enable the study of risks and possible ways to address and prevent these situations. With this in mind, this project consists in the construction of a mathematical model capable of simulating the population dynamics of two competing species under the effect of predation by an invasive species and contamination by pollutant sources. This model is based on the resolution of systems of nonlinear partial differential equations that model the dynamics of these populations and the dispersion of the contaminant through the application of numerical methods and discretizations in space and time. Thus, it is capable of illustrating the effect of environmental imbalance on the distribution and concentration of individuals of each population in different scenarios, through simulations that can be based on real scenarios. In this work, the model was applied in a hypothetical situation and used to analyze the damage caused to endemic populations, initially in equilibrium, by the effects of predation and contamination at varying intensities.

Conteúdo

1	Introdução	6
1.1	Hipóteses	7
1.2	Observação	7
2	Metodologia	7
2.1	Equações	8
2.2	Discretização	11
2.3	Definição dos parâmetros iniciais	13
3	Resultados	15
3.1	Simulações	16
4	Conclusão	19

1 Introdução

O mundo todo, e em especial o Brasil, têm sofrido com espécies invasoras de diversos tipos (Silva [2023]). Num cenário recente, foram identificadas no Brasil espécies brasileiras como invasoras de outros biomas, bem como espécies exóticas invadindo biomas nacionais - citamos, nessas categorias, o peixe Tucunaré e o Peixe-Leão (Oliveira [2024]), respectivamente - além do caso da Corvina, um predador amazônico cuja invasão tem sido responsável pela queda da diversidade de espécies nativas na bacia do Paraíba do Sul (Orlandi Neto et al. [2024]). Nestes e em outros casos de relevância, a Modelagem Matemática e a discretização adequada de domínios espacial e temporal, junto com escolhas criteriosas de aproximação de soluções fidedignas vêm se tornando não apenas necessárias mas, sobretudo, urgentes, como um trabalho academicamente transversal e integrado no tratamento de aspectos de possíveis situações ecológicas. Nessa perspectiva, o presente projeto visa modelar populações endêmicas, tanto em relação às suas dispersões populacionais quanto às interações entre elas e possíveis influências negativas sobre a biota local como um todo. A modelagem deverá incluir, portanto, as dispersões de duas populações, suas interações e suas competições intraespecíficas, bem como a emergente predação por uma espécie invasora e a presença evolutiva de manchas de poluentes.

A Modelagem de situações deste tipo são, em geral, feitas usando sistemas não-lineares de EDPs que incluem de modo acoplado, a difusão do poluente em questão, as três populações (uma invasora e duas endêmicas) bem como suas dinâmicas populacionais e o efeito de interações intra-específicas (Edelstein-Keshet [2006]). Usando recursos computacionais dos laboratórios do IMECC bem como softwares matemáticos aí disponíveis, serão aplicados métodos de Diferenças Finitas Centradas nas variáveis espaciais e um Método de tipo Crank-Nicolson no tempo (Sossae [2003]). Isto irá exigir, também, o uso de métodos do tipo Ponto Fixo ou equivalente em cada passo no tempo discretizado. Pretende-se seguir os algoritmos indicados em de Análise e Cálculo Numérico (Carnahan et al. [1969], Cunha [2000]), para produzir um programa capaz de ilustrar a evolução temporal das populações envolvidas na dinâmica proposta.

1.1 Hipóteses

A execução deste projeto é norteada por duas hipóteses principais:

1. Influências negativas na biota local de um meio previamente equilibrado, através da introdução de uma espécie invasora em conjunto com a contaminação deste meio por um poluente tóxico, são capazes de alterar a dinâmica populacional das espécies endêmicas deste ecossistema, causando mudanças notáveis em sua concentração e distribuição espacial e podendo, inclusive, acarretar o seu colapso;

2. A modelagem da dinâmica populacional destas espécies em conjunto com a dispersão do poluente, através da resolução numérica de sistemas não-lineares de EDPs, deve fornecer uma ferramenta computacional capaz de simular estas alterações.

1.2 Observação

O trabalho a ser descrito é consequência de novas implementações em um projeto de iniciação científica já finalizado, executado pelas alunas Maria Luiza Busato e Ana Carolina Santos da Silva e orientado pelo Prof. Dr. João Frederico da Costa A. Meyer. O projeto "Dispersão populacional de populações que interagem na presença de impacto ambiental", com auxílio PIBIC/CNPq, tratou da modelagem da dinâmica populacional de três espécies em competição, em um meio com dispersão de poluente. Portanto, as novas implementações aqui incluídas visaram utilizar um modelo semelhante ao já produzido, mas aplicado ao cenário em que uma espécie é predadora de duas espécies que competem entre si, sendo a predadora uma espécie invasora, devido à importância da análise deste caso específico no âmbito da gestão ambiental brasileira.

2 Metodologia

Devido à possível analogia entre o movimento aleatório de moléculas e de seres vivos, utilizamos, tanto para a modelagem dos movimentos de dispersão e migração populacionais quanto para a simulação do comportamento do poluente, equações do tipo Advecção-Difusão-Reação. Na modelagem da dinâmica populacional, para incluir a capacidade de suporte do meio e as relações interespecíficas entre as populações, fez-se

necessário utilizar uma equação do tipo Advecção-Difusão-Reação em conjunto com uma do tipo Lotka-Volterra.

Assim, após definir condições iniciais e de contorno adequadas, obteve-se um sistema não-linear de equações diferenciais capaz de modelar a dinâmica desejada. Como as populações estudadas são hipotéticas, torna-se possível, através de mudanças nos parâmetros destas equações, o estudo de diferentes cenários de alteração da dinâmica populacional local pela competição com a espécie invasora na presença de impacto ambiental. É, por exemplo, interessante analisar o cenário em que a espécie invasora é mais resistente ao contaminante do que as espécies endêmicas.

Vale ressaltar que, na definição dos parâmetros de dinâmica populacional das espécies endêmicas, foi considerado que, previamente à invasão de outra espécie e ao surgimento de fontes de contaminação, suas populações conviviam em equilíbrio estável.

Agora, para a aplicação deste sistema, o próximo passo foi a discretização do domínio, para sua posterior resolução numérica através dos métodos de Diferenças Finitas Centradas e de Crank-Nicolson. Neste trabalho, como a dinâmica populacional estudada é hipotética, o domínio escolhido foi o lago do Parque Ecológico Prof. Hermógenes de Freitas Leão, próximo à Unicamp.

Com a aplicação destes métodos foi construído um algoritmo capaz de simular a dinâmica populacional desejada, produzindo imagens da distribuição espacial das populações e do poluente ao longo do tempo. As etapas deste construção serão descritas com maior detalhamento a seguir.

2.1 Equações

Para a modelagem da dispersão do poluente no meio aquático, a equação de Difusão-Advecção-Reação foi utilizada na forma:

$$\frac{\partial c}{\partial t} - \alpha_c \nabla^2 c + \vec{V}_c \cdot \nabla c + \mu_c c = f(x, y, t) \text{ (Edelstein-Keshet [2006])}$$

onde $c=c(x,y,t)$ é a concentração do contaminante, α é a sua difusibilidade, \vec{V}_c é a velocidade de transporte das partículas, μ_c é o decaimento do poluente e f denota a

intensidade da sua fonte.

Além disso, foi estabelecida a condição inicial

$$c(x, y, 0) = c_0(x, y)$$

e a condição de contorno de von Neumann

$$\left. \frac{\partial c(x, y, t)}{\partial \eta} \right|_{\Gamma} = 0$$

onde Γ é a fronteira do domínio.

Agora, para descrever a evolução das populações, foram considerados quatro pontos essenciais: dispersão populacional, processos migratórios, mortalidade induzida e capacidade de suporte. Para descrever estes pontos, suponha uma espécie P, predadora de duas espécies Q e R que competem entre si.

A dispersão populacional representa a distribuição dos indivíduos na espécie no meio, portanto, ela é representada matematicamente por $\alpha \nabla^2 P$, onde α é o coeficiente da dispersão populacional da espécie P.

A migração representa o deslocamento da população, o qual pode ocorrer por diversos fatores, como reprodução e busca de recursos, e de diversas maneiras, como a migração sazonal, que ocorre em apenas algumas épocas do ano. Dentro de uma equação, esse fator é representado pelo termo $\vec{V} \nabla P$, sendo que \vec{V} é a velocidade de migração da espécie P.

A mortalidade induzida é a morte da espécie causada pelo meio no qual ela está ambientada. Matematicamente, ela é descrita pelo termo μP , onde μ é a taxa em que esse fenômeno ocorre. Neste caso, considerou-se que este fenômeno é causado pelo efeito do poluente nos indivíduos e, portanto, pode-se tomar $\mu = \kappa c$, onde κ é o efeito negativo do contaminante sobre P.

A inclusão da capacidade de suporte é descrita por Verhulst, que explica que o crescimento da população tem uma predisposição natural para sofrer inibição no crescimento, tendendo sempre a um valor limite (Edelstein-Keshet [2006]). Ela pode ser expressa por: $\lambda P(1 - \frac{P}{K})$, onde λ é a taxa de crescimento da população P e K é a capacidade de suporte do meio. Neste caso, vamos considerar que a competição entre as

populações se dá pela mesma capacidade de suporte.

Finalmente, incluindo as relações interespecíficas através do termo β e considerando-se que o predador é o único que se beneficia destas relações, a dinâmica populacional das espécies P, Q e R podem ser descritas por meio das equações (Sossae [2003]):

$$\frac{\partial P}{\partial t} - \alpha_P \nabla^2 P + \vec{V}_P \nabla P + (\kappa_{PC})P = \lambda_P P \left(1 - \frac{P}{K}\right) + \beta_{PQ} PQ + \beta_{PR} PR$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} - \alpha_Q \nabla^2 Q + \vec{V}_Q \nabla Q + (\kappa_{QC})Q = \lambda_Q Q \left(1 - \frac{Q}{K}\right) - \beta_{QP} QP - \beta_{QR} QR$$

$$\frac{\partial R}{\partial t} - \alpha_R \nabla^2 R + \vec{V}_R \nabla R + (\kappa_{RC})R = \lambda_R R \left(1 - \frac{R}{K}\right) - \beta_{RP} RP - \beta_{RQ} RQ$$

Para as condições iniciais, foram adotadas:

$$P(x, y, 0) = P_0(x, y)$$

$$Q(x, y, 0) = Q_0(x, y)$$

$$R(x, y, 0) = R_0(x, y)$$

E para as condições de contorno, utilizou-se condições de von Neumann homogêneas, ou seja:

$$\left. \frac{\partial P(x, y, t)}{\partial \eta} \right|_{\Gamma} = 0$$

$$\left. \frac{\partial Q(x, y, t)}{\partial \eta} \right|_{\Gamma} = 0$$

$$\left. \frac{\partial R(x, y, t)}{\partial \eta} \right|_{\Gamma} = 0$$

onde Γ representa a fronteira do domínio.

2.2 Discretização

Para encontrar a solução do sistema formado pelas equações descritas, através de métodos numéricos, fez-se necessário primeiramente discretizar o domínio. Para isso, foi determinada uma malha retangular sobre a imagem de satélite do lago do Parque Ecológico Prof. Hermógenes de Freitas Leitão, na qual cada nó foi identificado com 0, se pertencente à terra, ou 1, se pertencente ao lago. Em seguida, estes nós foram numerados considerando a ordem crescente de baixo para cima e da esquerda para a direita.

Abaixo é possível as figuras da imagem de satélite do domínio escolhido e, ao lado, a imagem resultante de sua discretização. Esta imagem mostra apenas os nós da malha cujos valores são diferentes de zero, ou seja, os nós que foram considerados pertencentes ao lago.



Figura 1: Imagem de satélite do lago. Fonte: Google Maps.

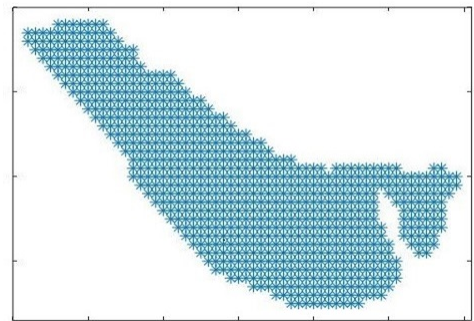


Figura 2: Imagem discretizada através do software Octave.

Após o domínio ser transformado nesta matriz de nós numerados, cada ponto do lago pôde ser descrito por meio de 5 informações: o índice dos nós à esquerda, abaixo, à direita e acima dele e a sua condição de fronteira. À respeito desta, foram consideradas 8 possibilidades, além dos nós internos, que podem ser vistas na figura 3. Com isto, obteve-se uma matriz de nn linhas (nn = número de nós numerados), e 5 colunas, para armazenar na i -ésima linha as informações à respeito do nó de índice i . Vale ressaltar a importância do tratamento das condições de fronteira para a correta modelagem dos pontos na margem do lago, considerando a condição de contorno proposta.

Após a discretização do domínio, partiu-se para a solução do sistema de equações nos nós definidos. Para isto, foram consideradas discretizações no tempo, utilizando as aproximações de Crank-Nicolson, e no espaço, através do método de Diferenças Finitas

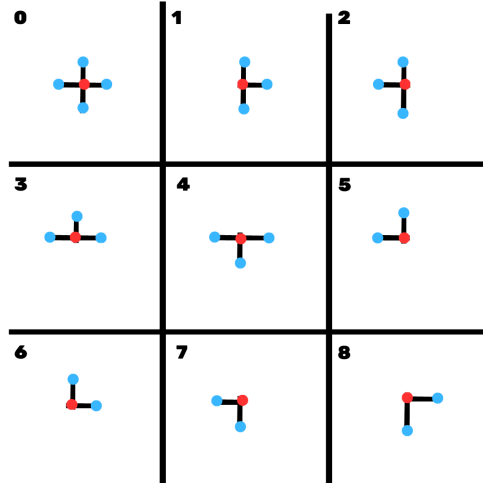


Figura 3: Tabela contendo os índices das fronteiras. O ponto vermelho representa o nó i , os pontos azuis representam um nó com valor não nulo.

Centradas. Com estes métodos, a aproximação da função $\phi(x_i, y_j, t_k)$, analisada no nó (x_i, y_j) e no instante t_k , é baseada nas expressões abaixo (Silva [2023]):

$$\phi(x_i, y_j, t_k + \frac{\Delta t}{2}) \approx \frac{\phi(x_i, y_j, t_{k+1}) + \phi(x_i, y_j, t_k)}{2}$$

$$\frac{\partial \phi(x_i, y_j, t_k + \frac{\Delta t}{2})}{\partial t} \approx \frac{\phi(x_i, y_j, t_{k+1}) - \phi(x_i, y_j, t_k)}{\Delta t}$$

$$\frac{\partial \phi(x_i, y_j, t_k)}{\partial x} \approx \frac{\phi(x_{i+1}, y_j, t_k) - \phi(x_{i-1}, y_j, t_k)}{2\Delta x}$$

$$\frac{\partial \phi(x_i, y_j, t_k)}{\partial y} \approx \frac{\phi(x_i, y_{j+1}, t_k) - \phi(x_i, y_{j-1}, t_k)}{2\Delta y}$$

$$\frac{\partial^2 \phi(x_i, y_j, t_k)}{\partial x^2} \approx \frac{\phi(x_{i-1}, y_j, t_k) - 2\phi(x_i, y_j, t_k) + \phi(x_{i+1}, y_j, t_k)}{\Delta x^2}$$

$$\frac{\partial^2 \phi(x_i, y_j, t_k)}{\partial y^2} \approx \frac{\phi(x_i, y_{j-1}, t_k) - 2\phi(x_i, y_j, t_k) + \phi(x_i, y_{j+1}, t_k)}{\Delta y^2}$$

Dessa forma, obteve-se um método incondicionalmente estável para resolver o sistema.

Finalmente, estes métodos foram aplicados computacionalmente, possibilitando a posterior visualização gráfica da evolução temporal das dinâmicas populacionais das espécies e da dispersão do poluente no lago.

É importante ressaltar que, no momento de aplicação destes métodos, foram tomados cuidados com relação ao núcleo de Pécelet, para evitar oscilações numéricas e garantir que os resultados gerados fossem minimamente confiáveis.

2.3 Definição dos parâmetros iniciais

Para simular um cenário realista, considerou-se que, antes da introdução da espécie invasora, as populações endêmicas estariam em uma relação de competição que permitisse sua coexistência. Ou seja, os parâmetros foram definidos para que na dinâmica populacional destas duas espécies houvesse, inicialmente, um ponto de equilíbrio estável.

Tomando uma equação de Lotka-Volterra para modelar a relação de competição interespecífica, e considerando que esta competição se dá pela mesma capacidade de suporte, as variações das espécies locais Q e R ao longo do tempo são dadas por:

$$\begin{aligned}\frac{dQ}{dt} &= \lambda_Q Q \left(1 - \frac{Q + \nu_{QR} R}{K}\right) = \lambda_Q Q \left(1 - \frac{Q}{K}\right) - \beta_{QR} QR \\ \frac{dR}{dt} &= \lambda_R R \left(1 - \frac{R + \nu_{RQ} Q}{K}\right) = \lambda_R R \left(1 - \frac{R}{K}\right) - \beta_{RQ} RQ\end{aligned}$$

onde λ é a taxa de crescimento da população, β é o fator de competição interespecífica e K é a capacidade de suporte do meio.

Variando-se os parâmetros λ , β e K, existe apenas um cenário em que a dinâmica populacional de uma espécie em função da outra permite a existência de um estado estacionário. Um método para encontrá-lo é através da análise gráfica de R em função de Q, como ilustrado na figura abaixo.

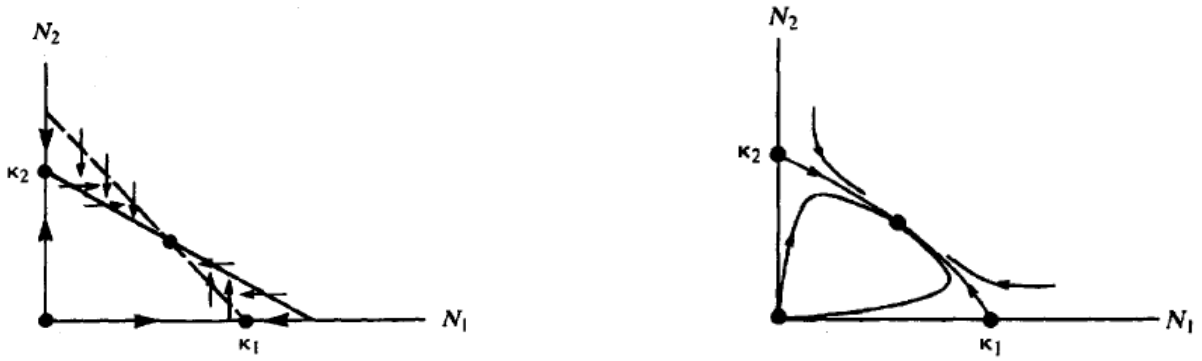


Figura 4: Ilustração do cenário de competição em que há um estado estacionário, encontrado através da análise das regiões de crescimento e decrescimento populacional das espécies. N_1 e N_2 são as populações e K_1 e K_2 são suas respectivas capacidades de suporte. Retirado de Edelstein-Keshet [2006].

Sabendo que $Q \geq 0$ sempre, por se tratar de um número de indivíduos, tem-se que a população Q cresce quando:

$$\frac{dQ}{dt} > 0 \rightarrow \lambda_Q \left(1 - \frac{Q}{K}\right) - \beta_{QR}R > 0 \rightarrow R < \frac{\lambda_Q}{\beta_{QR}} - \frac{\lambda_Q}{\beta_{QR}K}Q$$

Da mesma forma, R cresce quando:

$$\frac{dR}{dt} > 0 \rightarrow \lambda_R \left(1 - \frac{R}{K}\right) - \beta_{RQ}Q > 0 \rightarrow R < K - \frac{\beta_{RQ}K}{\lambda_R}Q$$

Portanto, como ilustrado na Figura 4, o ponto de equilíbrio ocorre na interseção das retas descritas por:

$$r_1 = \frac{\lambda_Q}{\beta_{QR}} - \frac{\lambda_Q}{\beta_{QR}K}Q$$

$$r_2 = K - \frac{\beta_{RQ}K}{\lambda_R}Q$$

e este ponto é atrator apenas quando segue que:

$$K < \frac{\lambda_Q}{\beta_{QR}} \text{ e } K < \frac{\lambda_R}{\beta_{RQ}}$$

Agora, respeitando essa relação, foi primeiramente executada uma simulação inicial do modelo sem introdução da população P , para obter a distribuição das populações Q e R que, em teoria, estaria no estado estacionário. Nesta simulação considerou-se,

também, que não haveriam fontes de contaminação ativas, apenas uma concentração de poluente uniformemente distribuída no lago em $t=0$, representando indícios de contaminação pré-existente.

Finalmente, a distribuição das populações Q e R resultantes desta simulação inicial foram utilizadas como $Q_0(x, y)$ e $P_0(x, y)$, respectivamente, no modelo incluindo a invasão do predador P e a introdução de novos poluentes.

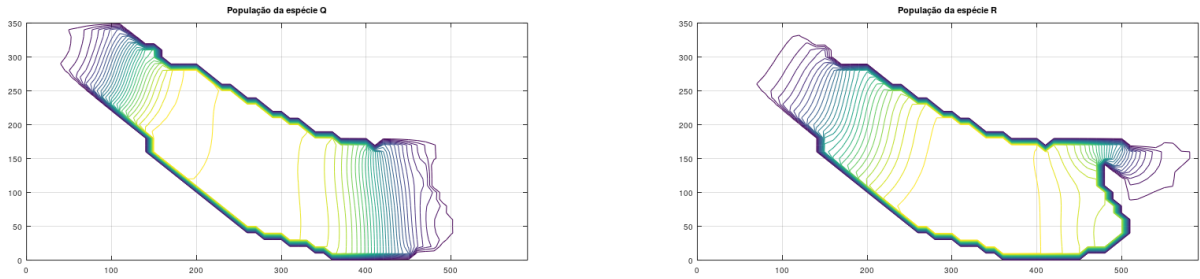


Figura 5: Curvas de nível da distribuição das espécies Q e R no domínio após execução da simulação inicial no software Octave. Regiões de cor amarela possuem maior concentração de indivíduos.

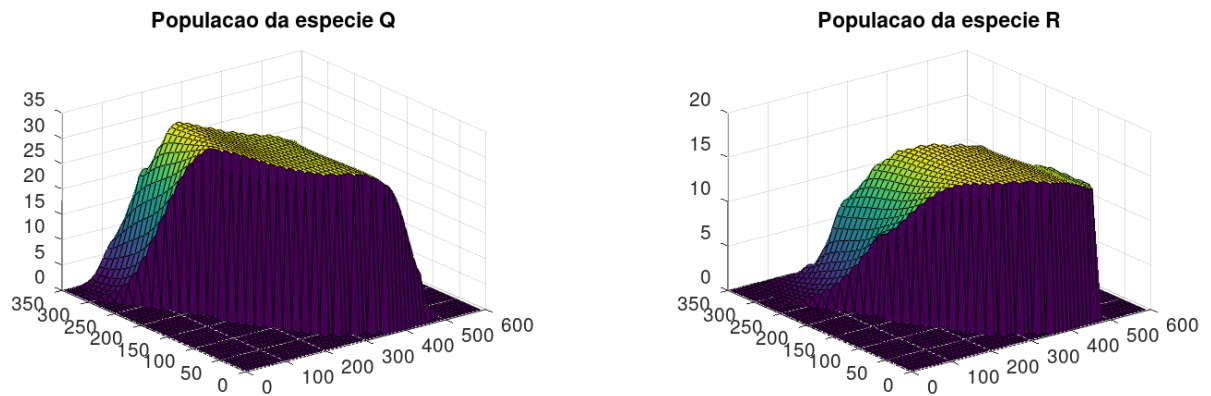


Figura 6: Visualização 3D da distribuição das espécies Q e R. O eixo z indica o número de indivíduos por ponto no domínio.

3 Resultados

Após a implementação computacional dos métodos e do modelo matemático descrito, foram realizadas simulações da dispersão do poluente e da evolução das populações das espécies P, Q e R. Para isto, foi considerado que as espécies endêmicas de

peixes estariam inicialmente distribuídas conforme o resultado da simulação inicial descrita (Figuras 5 e 6), e que a espécie invasora estaria concentrada em uma região próxima à fronteira do domínio e possuiria uma velocidade de migração na direção de seu interior.

Supôs-se os dejetos provindos das ruas nas proximidades do lago seriam responsáveis por formar fontes de poluição em pontos específicos da margem. Estes pontos foram determinados analisando a região do Parque Ecológico Prof. Hermógenes de Freitas Leitão, onde o lago está inserido, na tentativa de reproduzir cenários minimamente realistas de contaminação. Além disso, foi considerada a mesma contaminação uniforme em $t=0$ da simulação inicial.

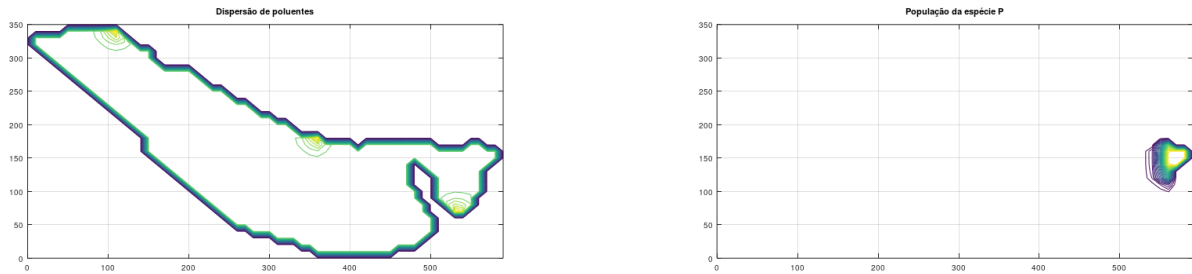


Figura 7: Curvas de nível da distribuição da espécie P e da concentração e fontes de poluentes no início da simulação.

O parâmetros utilizados para a descrição inicial das populações - através dos valores de dispersão populacionais, taxa de crescimento, mortalidade induzida, entre outros - e do poluente - através dos valores de difusibilidade e decaimento - foram definidos por meio de valores hipotéticos, respeitando os limites das representações desejadas. Entretanto, vale ressaltar que, por serem parâmetros iniciais, eles podem ser alterados para a simulação de diferentes cenários e, no caso da dinâmica de populações conhecidas, determinados para representar as espécies a serem estudadas.

3.1 Simulações

Considerando as condições iniciais descritas, foram realizadas diferentes simulações do modelo, alterando-se as taxas de crescimento da população P (λ_P), das interações interespecíficas (através do parâmetro β) e de mortalidade induzida pelo poluente (através do parâmetro κ) para cada espécie.

A primeira simulação foi executada considerando-se que o poluente afetaria as

três espécies com a mesma intensidade, e resultou nas distribuições exibidas nas figuras 8 e 9. É possível ver que, apesar de as espécies endêmicas sobreviverem às perturbações causadas por um predador invasor e pela dispersão de um poluente tóxico, suas distribuições espaciais e concentrações de indivíduos foram notavelmente afetadas, especialmente no locais com presença da espécie invasora.

Em seguida, foram realizadas simulações com aumento do κ das espécies endêmicas e redução do κ da espécie invasora, além do aumento de λ_P e de β_{QP} e β_{RP} , representando um maior efeito negativo da espécie P sobre as espécies Q e R. Neste cenário, cujo resultado pode ser observado nas figuras 10 e 11, é possível notar uma drástica redução na concentração de indivíduos das populações endêmicas quando comparado à simulação anterior, além de uma distribuição espacial altamente desigual destas populações ao longo do domínio, com o aparecimento de regiões sem quaisquer indivíduos das espécies Q e R.

Tais tendências nesta dinâmica populacional caracterizam um desequilíbrio considerável na biota local considerada e, sem esforços de recuperação, poderiam culminar no seu colapso.

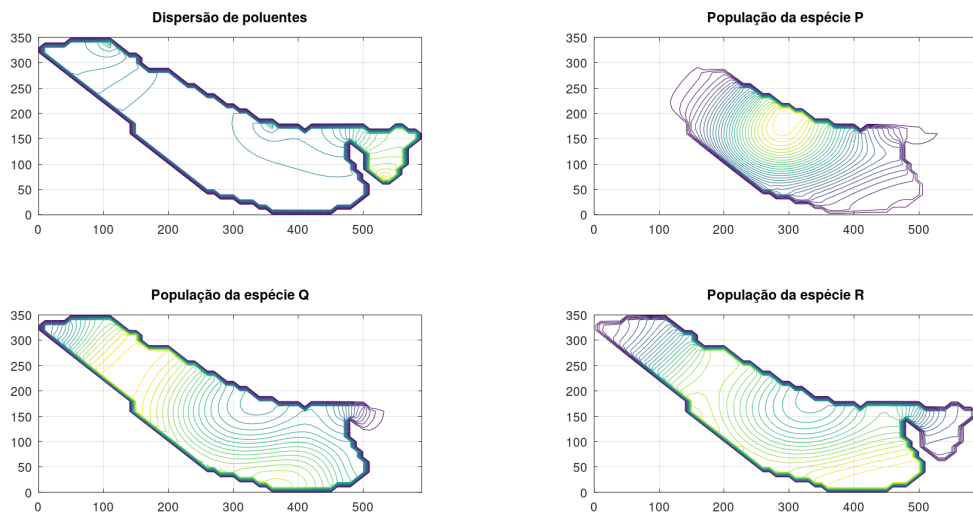


Figura 8: Curvas de nível da distribuição final do poluente e das P, Q e R, respectivamente, após simulação com mesma taxa de mortalidade induzida pelo poluente.

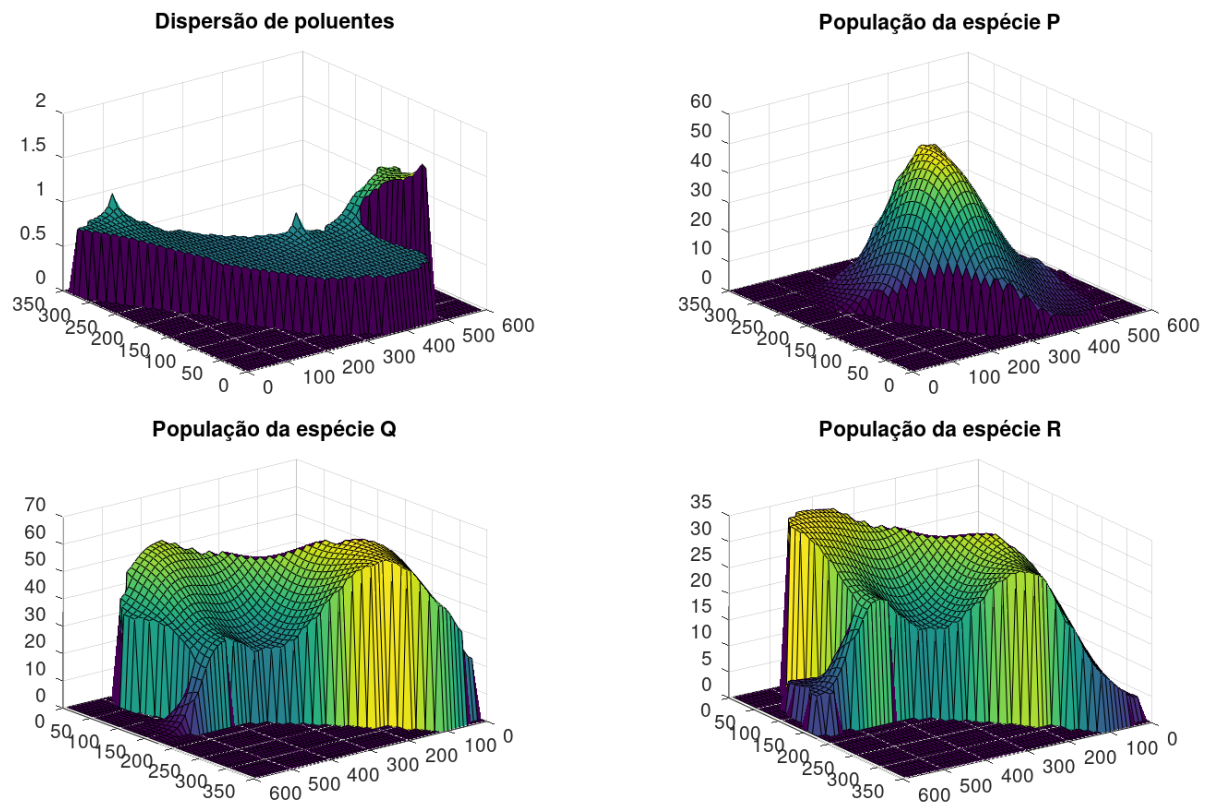


Figura 9: Visualização 3D da distribuição final do poluente e das populações após simulação com mesma taxa de mortalidade induzida.

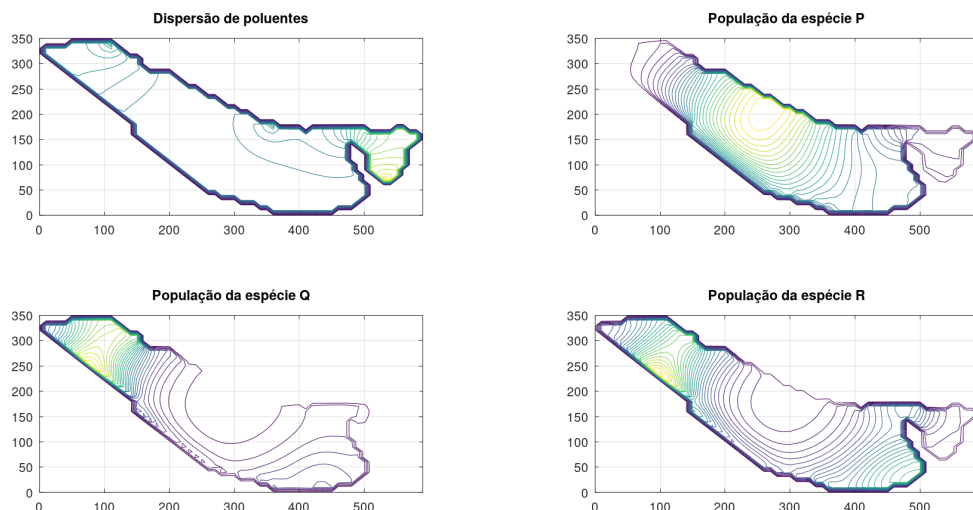


Figura 10: Curvas de nível da distribuição final do poluente e das P, Q e R, respectivamente, após simulação contendo as alterações descritas.

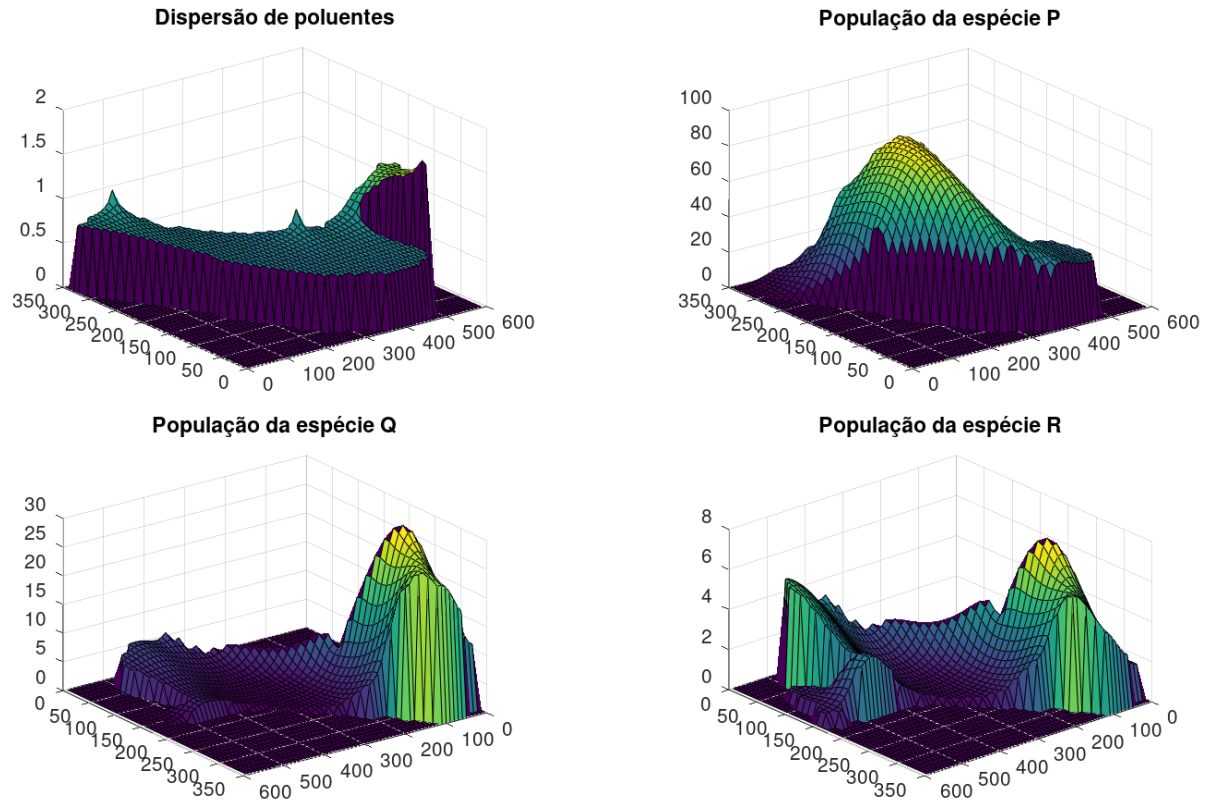


Figura 11: Visualização 3D da distribuição final do poluente e das populações após simulação contendo as alterações descritas.

4 Conclusão

Neste trabalho foi construído um modelo matemático capaz de simular a dinâmica populacional de três populações, sendo duas presas em competição e um predador invasor, em um corpo aquático contaminado por um poluente tóxico. Através da resolução numérica de sistemas não lineares de EDPs, após as devidas discretizações, obteve-se um algoritmo capaz de ilustrar a evolução temporal da concentração e distribuição espacial das espécies e do contaminante no domínio. Portanto, este projeto resultou na construção de uma ferramenta computacional capaz de modelar dinâmicas deste tipo em diferentes domínios e cenários, bastando alterar os parâmetros iniciais do qual ela depende. Tal ferramenta possibilita o estudo de diferentes respostas do ambiente a possíveis invasões e contaminações e, com isso, a construção de conhecimento relativo ao convívio de espécies que possam sofrer desequilíbrios na sua dinâmica natural na biota,

permitindo a análise dos riscos e de possíveis rumos para ações preventivas e corretivas em caso de problemas ambientais deste tipo.

De fato, com algumas simulações aqui realizadas, este modelo foi capaz de ilustrar o efeito negativo causado em populações endêmicas diante da invasão de uma espécie externa e da contaminação de seu habitat natural por poluentes tóxicos. Por meio da execução do algoritmo produzido, utilizando-se diferentes parâmetros iniciais, foi possível notar as mudanças causadas no convívio das espécies diante de variados cenários de desequilíbrio, concluindo-se que em situações de ameaças mais intensas às populações endêmicas, poderia-se haver um colapso do ambiente existente antes da perturbação.

Assim, as hipóteses iniciais foram verificadas, mas vale ressaltar que o projeto se beneficiaria de mais tempo de trabalho, no qual poderia ser aplicado um esforço interdisciplinar para o estudo de situações reais, além da realização de um maior número de simulações, considerando cenários mais abrangentes.

Referências

- B. Carnahan, H.A. Luther, and J.O. Wilkes. *Applied Numerical Methods*. Wiley, 1969.
- M. C. C. Cunha. *Métodos Numéricos*. UNICAMP, 2a ed. edition, 2000.
- L. Edelstein-Keshet. *Mathematical Models in Biology*. SIAM, 2006.
- Vitor Hugo Muniz Oliveira. *Modelagem e simulações numéricas da interação de espécies na presença de um material impactante: o caso do peixe-leão (*Pterois volitans*) no litoral norte brasileiro*. PhD thesis, IMECC Unicamp, 2024.
- A. Orlandi Neto, D. Caneppele, and H. Marques. Long-term impact of an invasive predator on the diversity of fish assemblages in a neotropical reservoir. *Biological Invasions*, 2024.
- Alex Sartori da Silva. *Espécie invasora em meio aquático com presença de material impactante*. Master's thesis, IMECC Unicamp, 2023.
- R. C. Sossae. *A presença evolutiva de um material impactante e seu efeito no transiente populacional de espécies interativas: modelagem e aproximação*. PhD thesis, IMECC Unicamp, 2003.