

# **Maximizando o atendimento da demanda para a cadeia de suprimentos de bebidas**

**Lucas Lopes Dionisio  
Ra 083800**

## 1. Introdução

À medida que uma indústria ganha mercado, se depara com problemas dos mais variados tipos. Um deles é acertar na previsão da demanda e isto pode ser feito através de um modelo estatístico. Uma vez que a demanda está bem estimada, é preciso produzir quantidades suficientes para atendê-la. A produção pode virar gargalo por conta do aumento da utilização dos recursos produtivos e do maior consumo de insumos. Um bom e contínuo plano de produção resolve o problema, mas aí está a dificuldade: como fazer uma produção ótima?

## 2. Características clássicas de empresas de bebidas

- As produções são feitas em lotes;
- Há uma limitação de espaço físico. Com isso, há um limite máximo de estoque de produtos e insumos;
- Há, também, estoques de segurança para produtos e insumos, isto é, existe uma quantidade mínima de itens que devem ficar em estoque;
- A produção tem uma capacidade máxima e esta é variável de acordo com o período, uma vez que se deve levar em conta a manutenção dos recursos produtivos, a ocorrência de feriados, etc.
- Um produto passa por uma combinação de recursos para ser produzido, isto é, necessita de diversos tipos de recursos. Exemplo: A cadeia produtiva de sucos envolve etapas como formular, pasteurizar e envasar. Para cada um desses processos são usados os respectivos tipos de recurso: batch de formulação, pasteurizador e linha de envase. No caso, dentre as possibilidades de batches de formulação (A, B e C), pasteurizadores (D, E, e F) e linhas de envase (G, H e I), uma possível combinação de recursos para obter o produto final seria batch de formulação A, pasteurizador D e linha de envase G;
- Há uma quantidade mínima de compra de determinados insumos;
- Os insumos têm leadtimes, ou seja, nas compras há um espaço de tempo entre os pedidos e as entregas.

## 3. Objetivo

Estabelecer um modo de gerar um plano de produção visando maximizar a demanda, sem deixar de lado as políticas de estoques e levando em conta as características citadas acima.

## 4. Resolução do Problema

Será formulado um problema de programação linear mista.

### 4.1. Variáveis de decisão

- $V_{i,p}$ : quantidade de unidades do produto  $i$  vendido no período  $p$ ;

- $L_{i,c,p}$ : quantidade de lotes do produto  $i$ , produzido na combinação de recurso  $c$  no período  $p$ . Esta é uma variável inteira;
- $EP_{i,p}$ : quantidade de unidades do produto  $i$  estocado no período  $p$ ;
- $EI_{j,p}$ : quantidade de unidades do insumo  $j$  estocado no período  $p$ ;
- $CI_{j,p}$ : quantidade de unidades do insumo  $j$  comprado no período  $p$ .
- $FV_{i,p}$  (variável de folga de venda): quantidade de unidades que faltaram para a venda ser igual a demanda do produto  $i$  no período  $p$ .
- $FEP_{i,p}$  (variável de folga do estoque de produto): quantidade de unidades que o estoque do produto  $i$  ultrapassou o seu estoque de segurança no período  $p$ .
- $FEI_{j,p}$  (variável de folga do estoque de insumo): quantidade de unidades que o estoque do insumo  $j$  ultrapassou o seu estoque de segurança no período  $p$ .

## 4.2. Restrições

Em todas as equações a seguir, a incógnita que estiver destacada é uma das variáveis definidas acima, as incógnitas restantes são parâmetros com informações necessárias para o modelo.

- 4.2.1. Venda:** a venda somada com a quantidade de demanda não atendida no período é igual à demanda do período.

$$V_{i,p} + \mathbf{FV}_{i,p} = D_{i,p} ,$$

onde  $D_{i,p}$  é a demanda do produto  $i$  no período  $p$ .

- 4.2.2. Balanço de estoque de produtos para o primeiro período.**

$$\mathbf{EP}_{i,1} = EIP_i - V_{i,1} + \sum_c L_{i,c,1} UL_{i,c} ,$$

onde  $EIP_i$  é o estoque inicial do produto  $i$  e  $UL_{i,c}$  é a quantidade de unidades por lote do produto  $i$  produzido na combinação  $c$ . O termo  $\sum_c L_{i,c,1} UL_{i,c}$  representa a quantidade produzida em unidades do produto  $i$  no período.

- 4.2.3. Balanço de estoque de produtos para períodos posteriores ao primeiro.**

$$\mathbf{EP}_{i,p} = \mathbf{EP}_{i,p-1} - V_{i,p} + \sum_c L_{i,c,p} UL_{i,c} , \text{ para } p = 2,3,4, \dots$$

- 4.2.4. Capacidade de Produção:** a utilização do recurso não pode ultrapassar a disponibilidade no período, em horas.

$$\sum_i \sum_c L_{i,c,p} \frac{LLP_i}{VCR_{i,c}} RC_{r,c} \leq HDR_{r,p} ,$$

onde  $LLP_i$  é a quantidade de litros por lote do produto  $i$ ,  $VCR_{i,c}$  é a vazão do produto  $i$  na combinação de recurso  $c$ ,  $RC_{r,c}$  é binário e é 1 para os  $r$  recursos que fazem

parte da combinação de recursos  $c$  e 0 para os outros casos e  $HDR_{r,p}$  é a quantidade de horas disponíveis do recurso  $r$  no período  $p$ . O termo  $\sum_i \sum_c L_{i,c,p} \frac{LLP_i}{VCR_{i,c}} RC_{r,c}$  representa a utilização dos recursos de acordo com a produção no período.

#### 4.2.5. Balanço de estoque de insumos para o primeiro período.

$$EI_{j,1} = EII_j + CI_{j,1-l_j} - \sum_i \left[ QIP_{i,j} \sum_c (L_{i,c,1} UL_{i,c}) \right],$$

onde  $EII_j$  é o estoque inicial do insumo  $j$ ,  $QIP_{i,j}$  é a quantidade de unidades do insumo  $j$  utilizadas em uma unidade do produto  $i$  e  $l_j$  é o leadtime do insumo  $j$ . O termo  $\sum_i [QIP_{i,j} \sum_c (L_{i,c,1} UL_{i,c})]$  representa o consumo de insumos de acordo com a produção do período.

#### 4.2.6. Balanço de estoque de insumos para períodos posteriores ao primeiro.

$$EI_{j,p} = EI_{j,p-1} + CI_{j,p-l_j} - \sum_i \left[ QIP_{i,j} \sum_c (L_{i,c,p} UL_{i,c}) \right],$$

para  $p = 2,3,4, \dots$

**4.2.7. Estoque de segurança de produtos:** o estoque menos a quantidade que ultrapassou o estoque no período é igual ao estoque de segurança do período.

$$EP_{i,p} - FEP_{i,p} = ESP_{i,p},$$

onde  $ESP_{i,p}$  é o estoque de segurança do produto  $i$  no período  $p$ , em unidades.

**4.2.8. Capacidade máxima de estoque de produtos:** o total de produtos estocados não pode ultrapassar a capacidade do estoque de produtos.

$$\sum_i EP_{i,p} \leq EMP_p,$$

onde  $EMP_p$  é a capacidade máxima do estoque de produtos no período  $p$ , em unidades. O termo  $\sum_i EP_{i,p}$  representa o total de produtos em estoque no período.

**4.2.9. Estoque de segurança de insumo:** o estoque menos a quantidade que ultrapassou o estoque no período é igual ao estoque de segurança do período.

$$EI_{j,p} - FEI_{j,p} = ESI_{j,p},$$

onde  $ESI_{j,p}$  é o estoque de segurança do insumo  $j$  no período  $p$ , em unidades.

**4.2.10. Capacidade máxima de estoque de insumos:** o total de insumos estocados não pode ultrapassar a capacidade do estoque de insumos.

$$\sum_j EI_{j,p} \leq EMI_p ,$$

onde  $EMI_p$  é a capacidade máxima do estoque de insumos no período  $p$ , em unidades. O termo  $\sum_j EI_{j,p}$  representa o total de insumos em estoque no período.

**4.2.11. Compra de insumos:** deve-se comprar pelo menos uma quantidade mínima de insumos.

$$CI_{j,p} \geq CMI_{j,p} ,$$

onde  $CMI_{j,p}$  é a quantidade mínima de compra do insumo  $j$  no período  $p$ , em unidades.

**4.2.12. Venda não negativa.**

$$V_{i,p} \geq 0$$

**4.2.13. Estoque do produto não negativo.**

$$EP_{i,p} \geq 0$$

**4.2.14. Lote de produção não negativo.**

$$L_{i,c,p} \geq 0$$

**4.2.15. Lote de produção inteiro.**

$$L_{i,c,p} \text{ inteira}$$

**4.2.16. Estoque de insumo não negativo.**

$$EI_{j,p} \geq 0$$

**4.2.17. Compra de insumo não negativa.**

$$CI_{j,p} \geq 0$$

Esta restrição é redundante e não precisa ser considerada, porque a compra mínima de insumo  $CMI_{j,p}$  sempre é maior ou igual a zero e a restrição **4.2.11. Compra de insumos** não permite que  $CI_{j,p}$  seja menor que zero.

**4.2.18. Folga da venda não negativa.**

$$FV_{i,p} \geq 0$$

**4.2.19. Folga do estoque do produto não negativa.**

$$FEP_{i,p} \geq 0$$

#### 4.2.20. Folga do estoque do insumo não negativa.

$$FEI_{j,p} \geq 0$$

### 4.3. Função Objetivo

A prioridade do objetivo é maximizar o atendimento da demanda (venda), mas é importante manter a política de estoque de segurança de produtos e insumos.

As restrições **4.2.1.**, **4.2.7.** e **4.2.9.** estão diretamente ligadas com os objetivos e por isso elas têm variáveis de folga. Olhando para a restrição **4.2.1.**, pode-se concluir que à medida que a folga da venda  $FV_{i,p}$  diminui, a variável de venda  $V_{i,p}$  cresce e se aproxima da demanda  $D_{i,p}$ , ou seja, maior é o atendimento da demanda através da venda, no período. Analogamente para as restrições **4.2.7.** e **4.2.9.**, quanto menor a folga, mais o estoque se aproxima do estoque de segurança, no período. Portanto, diminuindo as variáveis de folga, os objetivos são alcançados.

Com isso, define-se a função objetivo:

$$\text{Minimizar } F = P_V \sum_i \sum_p FV_{i,p} + P_{EP} \sum_i \sum_p FEP_{i,p} + P_{EI} \sum_j \sum_p FEI_{j,p},$$

onde  $P_V$  é o peso de não atender a demanda,  $P_{EP}$  é o peso do estoque ser maior que o estoque de segurança para produtos e  $P_{EI}$  é o peso do estoque ser maior que o estoque de segurança para insumos.

É necessário ressaltar que a meta principal é atender a demanda, portanto o peso de não atendê-la,  $P_V$ , deve ser maior que os pesos referentes a estoques  $P_{EP}$  e  $P_{EI}$ . Porém, em um planejamento no qual deseja-se ter estoques mais próximo possível aos de segurança, podem-se aumentar os pesos  $P_{EP}$  e  $P_{EI}$ .

## 5. Implementação

A partir das variáveis e dos parâmetros (dados de entrada necessários para o modelo) definidos na seção **4. Resolução do Problema** foi implementado e compilado o modelo na plataforma AIMMS, observado na **figura 1**. Não houve erro de compilação, o que garante contas matriciais corretas.

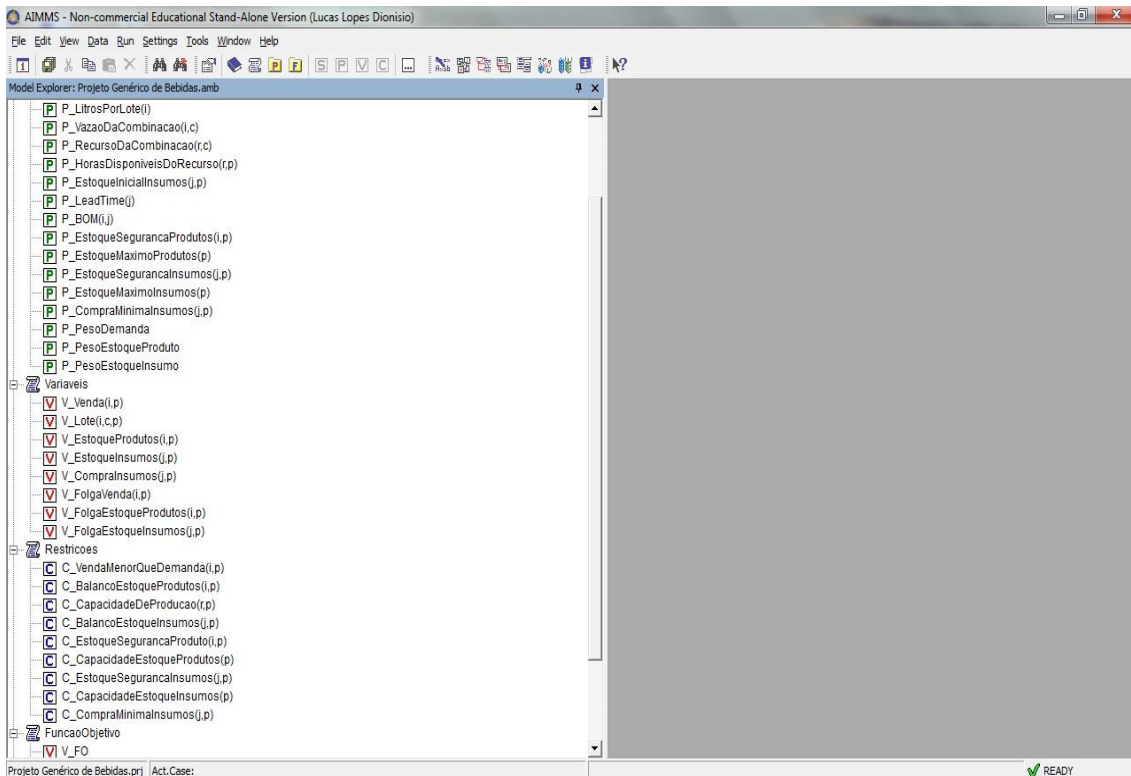


figura 1

## 6. Variações no modelo

### 6.1. Maximizar lucro

Se a função objetivo for substituída por *Maximizar*  $F' = \sum_i L_i \sum_p V_{i,p}$ , onde  $L_i$  é o lucro do produto  $i$ , o objetivo do modelo passa a ser o lucro com as vendas. Maximizar o atendimento da demanda é diferente de maximizar o lucro, pois os produtos têm lucros diferentes. Exemplo: Em uma empresa de refrigerantes, o lucro de cada produto é da seguinte forma:

Tipo de Refrigerante	Lucro (R\$/unidade)
Cola	1,00
Limão	0,65
Laranja	0,70
Guaraná	0,85

Neste caso, o plano gerado terá preferência por vender cola, depois guaraná em seguida laranja e por último limão. Repare que se tiver demanda suficiente de refrigerante de cola e produção limitada, o modelo, para maximizar o lucro, pode deixar de atender os outros tipos para vender cola, ou seja, o valor lucro representa a prioridade de atendimento dos produtos. O modelo de atendimento de demanda olha para cada tipo visando vender sempre uma quantidade maior, sem dar prioridade para um ou outro produto.

## 6.2. Acrescentar Restrições

Além das características apresentadas na seção **2. Características clássicas de empresas de bebidas**, cada empresa tem sua particularidade. A partir do modelo sugerido, é possível acrescentar restrições, se necessário. Exemplo: Uma empresa, além das características clássicas, também tem de comprar insumos somente em lotes múltiplos. Para isso, basta acrescentar a variável inteira  $\mathbf{LCI}_{j,p}$  (maior ou igual a zero) que representa o número de lotes comprado do insumo  $j$  no período  $p$  e adicionar a seguinte restrição:

$$\mathbf{CI}_{j,p} = \mathbf{QPL}_j \mathbf{LCI}_{j,p} ,$$

onde  $\mathbf{QPL}_j$  é a quantidade por lote do insumo  $j$ .

Esta restrição força a variável de compra de insumos  $\mathbf{CI}_{j,p}$  ter valor em lote múltiplo, de acordo com o parâmetro  $\mathbf{QPL}_j$ .