

Maximizando o atendimento da demanda para a cadeia de suprimentos de bebidas

**Lucas Lopes Dionisio
Ra 083800**

1. Introdução

À medida que uma indústria ganha mercado, se depara com problemas dos mais variados tipos. Um deles é acertar na previsão da demanda e isto pode ser feito através de um modelo estatístico. Uma vez que a demanda está bem estimada, é preciso produzir quantidades suficientes para atendê-la. A produção pode virar gargalo por conta do aumento da utilização dos recursos produtivos e do maior consumo de insumos. Um bom e contínuo plano de produção resolve o problema, mas aí está a dificuldade: como fazer uma produção ótima?

2. Características clássicas de empresas de bebidas

- As produções são feitas em lotes;
- Há uma limitação de espaço físico. Com isso, há um limite máximo de estoque de produtos e insumos;
- Há, também, estoques de segurança para produtos e insumos, isto é, existe uma quantidade mínima de itens que devem ficar em estoque;
- A produção tem uma capacidade máxima e esta é variável de acordo com o período, uma vez que se deve levar em conta a manutenção dos recursos produtivos, a ocorrência de feriados, etc.
- Um produto passa por uma combinação de recursos para ser produzido, isto é, necessita de diversos tipos de recursos. Exemplo: A cadeia produtiva de sucos envolve etapas como formular, pasteurizar e envasar. Para cada um desses processos são usados os respectivos tipos de recurso: batch de formulação, pasteurizador e linha de envase. No caso, dentre as possibilidades de batches de formulação (A, B e C), pasteurizadores (D, E, e F) e linhas de envase (G, H e I), uma possível combinação de recursos para obter o produto final seria batch de formulação A, pasteurizador D e linha de envase G;
- Há uma quantidade mínima de compra de determinados insumos;
- Os insumos têm leadtimes, ou seja, nas compras há um espaço de tempo entre os pedidos e as entregas.

3. Objetivo

Estabelecer um modo de gerar um plano de produção visando maximizar a demanda, sem deixar de lado as políticas de estoques e levando em conta as características citadas acima.

4. Resolução do Problema

Será formulado um problema de programação linear mista.

4.1. Variáveis de decisão

- $V_{i,p}$: quantidade de unidades do produto i vendido no período p ;

- $L_{i,c,p}$: quantidade de lotes do produto i , produzido na combinação de recurso c no período p . Esta é uma variável inteira;
- $EP_{i,p}$: quantidade de unidades do produto i estocado no período p ;
- $EI_{j,p}$: quantidade de unidades do insumo j estocado no período p ;
- $CI_{j,p}$: quantidade de unidades do insumo j comprado no período p .
- $FV_{i,p}$ (variável de folga de venda): quantidade de unidades que faltaram para a venda ser igual a demanda do produto i no período p .
- $FEP_{i,p}$ (variável de folga do estoque de produto): quantidade de unidades que o estoque do produto i ultrapassou o seu estoque de segurança no período p .
- $FEI_{j,p}$ (variável de folga do estoque de insumo): quantidade de unidades que o estoque do insumo j ultrapassou o seu estoque de segurança no período p .

4.2. Restrições

Em todas as equações a seguir, a incógnita que estiver destacada é uma das variáveis definidas acima, as incógnitas restantes são parâmetros com informações necessárias para o modelo.

- 4.2.1. Venda:** a venda somada com a quantidade de demanda não atendida no período é igual à demanda do período.

$$V_{i,p} + \mathbf{FV}_{i,p} = D_{i,p} ,$$

onde $D_{i,p}$ é a demanda do produto i no período p .

- 4.2.2. Balanço de estoque de produtos para o primeiro período.**

$$\mathbf{EP}_{i,1} = EIP_i - V_{i,1} + \sum_c L_{i,c,1} UL_{i,c} ,$$

onde EIP_i é o estoque inicial do produto i e $UL_{i,c}$ é a quantidade de unidades por lote do produto i produzido na combinação c . O termo $\sum_c L_{i,c,1} UL_{i,c}$ representa a quantidade produzida em unidades do produto i no período.

- 4.2.3. Balanço de estoque de produtos para períodos posteriores ao primeiro.**

$$\mathbf{EP}_{i,p} = \mathbf{EP}_{i,p-1} - V_{i,p} + \sum_c L_{i,c,p} UL_{i,c} , \text{ para } p = 2,3,4, \dots$$

- 4.2.4. Capacidade de Produção:** a utilização do recurso não pode ultrapassar a disponibilidade no período, em horas.

$$\sum_i \sum_c L_{i,c,p} \frac{LLP_i}{VCR_{i,c}} RC_{r,c} \leq HDR_{r,p} ,$$

onde LLP_i é a quantidade de litros por lote do produto i , $VCR_{i,c}$ é a vazão do produto i na combinação de recurso c , $RC_{r,c}$ é binário e é 1 para os r recursos que fazem

parte da combinação de recursos c e 0 para os outros casos e $HDR_{r,p}$ é a quantidade de horas disponíveis do recurso r no período p . O termo $\sum_i \sum_c L_{i,c,p} \frac{LLP_i}{VCR_{i,c}} RC_{r,c}$ representa a utilização dos recursos de acordo com a produção no período.

4.2.5. Balanço de estoque de insumos para o primeiro período.

$$EI_{j,1} = EII_j + CI_{j,1-l_j} - \sum_i \left[QIP_{i,j} \sum_c (L_{i,c,1} UL_{i,c}) \right],$$

onde EII_j é o estoque inicial do insumo j , $QIP_{i,j}$ é a quantidade de unidades do insumo j utilizadas em uma unidade do produto i e l_j é o leadtime do insumo j . O termo $\sum_i [QIP_{i,j} \sum_c (L_{i,c,1} UL_{i,c})]$ representa o consumo de insumos de acordo com a produção do período.

4.2.6. Balanço de estoque de insumos para períodos posteriores ao primeiro.

$$EI_{j,p} = EI_{j,p-1} + CI_{j,p-l_j} - \sum_i \left[QIP_{i,j} \sum_c (L_{i,c,p} UL_{i,c}) \right],$$

para $p = 2,3,4, \dots$

4.2.7. Estoque de segurança de produtos: o estoque menos a quantidade que ultrapassou o estoque no período é igual ao estoque de segurança do período.

$$EP_{i,p} - FEP_{i,p} = ESP_{i,p},$$

onde $ESP_{i,p}$ é o estoque de segurança do produto i no período p , em unidades.

4.2.8. Capacidade máxima de estoque de produtos: o total de produtos estocados não pode ultrapassar a capacidade do estoque de produtos.

$$\sum_i EP_{i,p} \leq EMP_p,$$

onde EMP_p é a capacidade máxima do estoque de produtos no período p , em unidades. O termo $\sum_i EP_{i,p}$ representa o total de produtos em estoque no período.

4.2.9. Estoque de segurança de insumo: o estoque menos a quantidade que ultrapassou o estoque no período é igual ao estoque de segurança do período.

$$EI_{j,p} - FEI_{j,p} = ESI_{j,p},$$

onde $ESI_{j,p}$ é o estoque de segurança do insumo j no período p , em unidades.

4.2.10. Capacidade máxima de estoque de insumos: o total de insumos estocados não pode ultrapassar a capacidade do estoque de insumos.

$$\sum_j EI_{j,p} \leq EMI_p ,$$

onde EMI_p é a capacidade máxima do estoque de insumos no período p , em unidades. O termo $\sum_j EI_{j,p}$ representa o total de insumos em estoque no período.

4.2.11. Compra de insumos: deve-se comprar pelo menos uma quantidade mínima de insumos.

$$CI_{j,p} \geq CMI_{j,p} ,$$

onde $CMI_{j,p}$ é a quantidade mínima de compra do insumo j no período p , em unidades.

4.2.12. Venda não negativa.

$$V_{i,p} \geq 0$$

4.2.13. Estoque do produto não negativo.

$$EP_{i,p} \geq 0$$

4.2.14. Lote de produção não negativo.

$$L_{i,c,p} \geq 0$$

4.2.15. Lote de produção inteiro.

$$L_{i,c,p} \text{ inteira}$$

4.2.16. Estoque de insumo não negativo.

$$EI_{j,p} \geq 0$$

4.2.17. Compra de insumo não negativa.

$$CI_{j,p} \geq 0$$

Esta restrição é redundante e não precisa ser considerada, porque a compra mínima de insumo $CMI_{j,p}$ sempre é maior ou igual a zero e a restrição **4.2.11. Compra de insumos** não permite que $CI_{j,p}$ seja menor que zero.

4.2.18. Folga da venda não negativa.

$$FV_{i,p} \geq 0$$

4.2.19. Folga do estoque do produto não negativa.

$$FEP_{i,p} \geq 0$$

4.2.20. Folga do estoque do insumo não negativa.

$$FEI_{j,p} \geq 0$$

4.3. Função Objetivo

A prioridade do objetivo é maximizar o atendimento da demanda (venda), mas é importante manter a política de estoque de segurança de produtos e insumos.

As restrições **4.2.1.**, **4.2.7.** e **4.2.9.** estão diretamente ligadas com os objetivos e por isso elas têm variáveis de folga. Olhando para a restrição **4.2.1.**, pode-se concluir que à medida que a folga da venda $FV_{i,p}$ diminui, a variável de venda $V_{i,p}$ cresce e se aproxima da demanda $D_{i,p}$, ou seja, maior é o atendimento da demanda através da venda, no período. Analogamente para as restrições **4.2.7.** e **4.2.9.**, quanto menor a folga, mais o estoque se aproxima do estoque de segurança, no período. Portanto, diminuindo as variáveis de folga, os objetivos são alcançados.

Com isso, define-se a função objetivo:

$$\text{Minimizar } F = P_V \sum_i \sum_p FV_{i,p} + P_{EP} \sum_i \sum_p FEP_{i,p} + P_{EI} \sum_j \sum_p FEI_{j,p},$$

onde P_V é o peso de não atender a demanda, P_{EP} é o peso do estoque ser maior que o estoque de segurança para produtos e P_{EI} é o peso do estoque ser maior que o estoque de segurança para insumos.

É necessário ressaltar que a meta principal é atender a demanda, portanto o peso de não atendê-la, P_V , deve ser maior que os pesos referentes a estoques P_{EP} e P_{EI} . Porém, em um planejamento no qual deseja-se ter estoques mais próximo possível aos de segurança, podem-se aumentar os pesos P_{EP} e P_{EI} .

5. Implementação

A partir das variáveis e dos parâmetros (dados de entrada necessários para o modelo) definidos na seção **4. Resolução do Problema** foi implementado e compilado o modelo na plataforma AIMMS, observado na **figura 1**. Não houve erro de compilação, o que garante contas matriciais corretas.

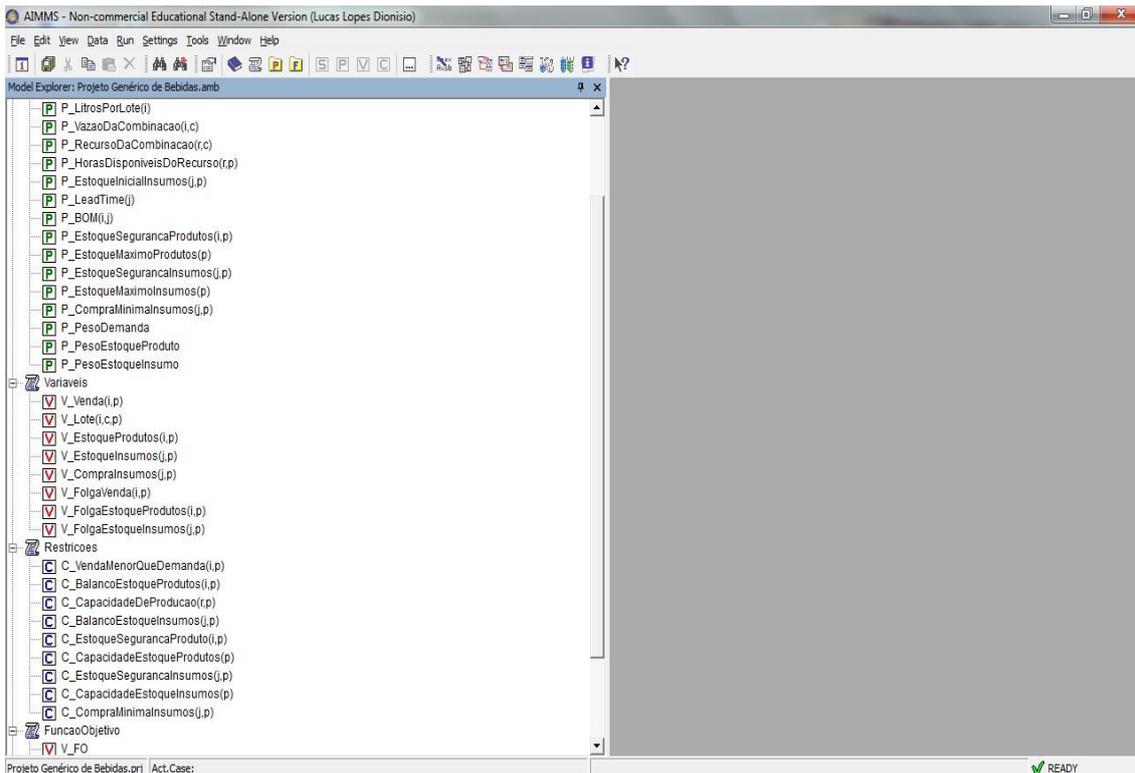


figura 1

6. Variações no modelo

6.1. Maximizar lucro

Se a função objetivo for substituída por *Maximizar* $F' = \sum_i L_i \sum_p V_{i,p}$, onde L_i é o lucro do produto i , o objetivo do modelo passa a ser o lucro com as vendas. Maximizar o atendimento da demanda é diferente de maximizar o lucro, pois os produtos têm lucros diferentes. Exemplo: Em uma empresa de refrigerantes, o lucro de cada produto é da seguinte forma:

Tipo de Refrigerante	Lucro (R\$/unidade)
Cola	1,00
Limão	0,65
Laranja	0,70
Guaraná	0,85

Neste caso, o plano gerado terá preferência por vender cola, depois guaraná em seguida laranja e por último limão. Repare que se tiver demanda suficiente de refrigerante de cola e produção limitada, o modelo, para maximizar o lucro, pode deixar de atender os outros tipos para vender cola, ou seja, o valor lucro representa a prioridade de atendimento dos produtos. O modelo de atendimento de demanda olha para cada tipo visando vender sempre uma quantidade maior, sem dar prioridade para um ou outro produto.

6.2. Acrescentar Restrições

Além das características apresentadas na seção **2. Características clássicas de empresas de bebidas**, cada empresa tem sua particularidade. A partir do modelo sugerido, é possível acrescentar restrições, se necessário. Exemplo: Uma empresa, além das características clássicas, também tem de comprar insumos somente em lotes múltiplos. Para isso, basta acrescentar a variável inteira $\mathbf{LCI}_{j,p}$ (maior ou igual a zero) que representa o número de lotes comprado do insumo j no período p e adicionar a seguinte restrição:

$$\mathbf{CI}_{j,p} = \mathbf{QPL}_j \mathbf{LCI}_{j,p} ,$$

onde \mathbf{QPL}_j é a quantidade por lote do insumo j .

Esta restrição força a variável de compra de insumos $\mathbf{CI}_{j,p}$ ter valor em lote múltiplo, de acordo com o parâmetro \mathbf{QPL}_j .