Orientanda: Juliana Raupp dos Reis.
Orientadores: Alexandre J. Santana e Adriano Da Silva

Conjuntos Controláveis em Alguns Sistemas Lineares

Um sistema da forma $\dot{g} = \mathcal{X}(g) + \sum_{i=1}^{k} Y_i(g)$, $u \in \mathcal{U}$, $\mathcal{X}$ um campo linear no grupo de Lie G, e Y_i campos na álgebra de Lie de G é chamado sistema controle linear. No caso especial $G = \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}$ foram estudados os conjuntos controláveis para os sistemas da forma

$$\begin{aligned} \dot{x} &= u\alpha x \\ \dot{y} &= a(x-1) + by + ux\beta \end{aligned} \tag{1}$$

onde $(a,b), (\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2\{(0,0)\}$ (veja [1]).

Nesta apresentação trazemos o caso acima e motivados por ele estudaremos conjuntos controláveis do sistema

$$\dot{(x,y,z)} = \mathcal{X}(x,y,z) + uY(x,y,z),$$

onde u está em um subconjunto compacto de $\mathbb{R}$ contendo o zero, $\mathcal{X}$ é um campo linear no grupo de Lie $\mathbb{R} \times_\tau \mathbb{R}^2$ e Y um campo invariante à esquerda neste grupo. Mais especificamente τ é a representação de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}^2$ dada por

$$\begin{aligned} \tau : \quad \mathbb{R} &\longrightarrow GL(2,R) \\ t &\longmapsto \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^t \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Então o grupo de Lie $\mathbb{R} \times_\tau \mathbb{R}^2$ é o conjunto $\mathbb{R} \times \mathbb{R}^2$ munido do produto dado por

$$(x,(y,z))(u,(v,w)) = (x+u, (y+v, z+e^x w)).$$

Nos restringiremos ao estudo dos conjuntos controláveis do sistema (2) quando

$$\mathcal{X} = (0, ax, ce^x - c), \ (a,c) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}.$$

Referências

[1] V. Ayala e A. Da Silva, *The control set of a linear control system on the two dimensional solvable Lie group*, arXiv preprint arXiv:1811.04031 (2018).

[2] L. A.B. San Martin, *Grupos de Lie*, Editora Unicamp, (2016) .