

MLG para respostas positivas (assimétricas): parte 1

Prof. Caio Azevedo

MLG para repostas positivas (assimétricas): modelo gama

- Suponha que $Y \sim \text{gama}(r, k)$, $\mathcal{E}(Y) = rk$ e $\mathcal{V}(Y) = rk^2$, então:

$$f_Y(y) = \frac{1}{\Gamma(r)k^r} y^{r-1} \exp\left\{-\frac{y}{k}\right\} \mathbb{1}_{(0,\infty)}(y).$$

- Se fizermos $k = \frac{\mu}{\phi}$ e $\mathcal{E}(Y) = \mu$, teremos a parametrização adotada no curso, ou seja:

$$f_Y(y) = \frac{1}{\Gamma(\phi)} \left(\frac{\phi y}{\mu}\right)^\phi \exp\left\{-\frac{\phi y}{\mu}\right\} y^{-1} \mathbb{1}_{(0,\infty)}(y).$$

- Exercício: calcule $\mathcal{E}(Y^K)$, $k > 0$.

MLG para repostas positivas (assimétricas): modelo gama

- Temos que:

$$Y_i \overset{ind.}{\sim} \text{gama}(\mu_i, \phi) \quad , \quad \mathcal{E}(Y_i) = \mu_i, \mathcal{V}(Y_i) = \frac{\mu_i^2}{\phi}, i = 1, \dots, n$$

$$g(\mu_i) = \mathbf{X}_i' \boldsymbol{\beta} = \sum_{j=1}^p X_{ji} \beta_j; \mathbf{X}_i = (X_{1i}, \dots, X_{pi})'$$

- em geral $g(\cdot) = \ln(\cdot)$ função de ligação log (ou logaritmica). Nesse caso, $\ln(\mu_i) = \eta_i \rightarrow \mu_i = \exp(\eta_i) > 0, \forall \eta_i \in \mathcal{R}$.
- $CV(Y_i) = \frac{\mu_i / \sqrt{\phi}}{\mu_i} = \frac{1}{\sqrt{\phi}}$ (o coeficiente de variação do modelo gama é o mesmo para todas as observações).

Cont.

- (Coeficiente de assimetria de Pearson) $CA(Y_i) = \frac{2}{\sqrt{\phi}} > 0$ (assimetria positiva). Assim, quando $\phi \rightarrow \infty$, a distribuição de Y_i tende a apresentar um comportamento simétrico.
- (Coeficiente de curtose) $CC(Y_i) = \frac{6}{\phi} + 3 > 3$ (caudas mais pesadas do que as da normal, leptocúrtica). Assim, quando $\phi \rightarrow \infty$, a distribuição de Y_i tende a apresentar um mesocúrtico (normal).

Estimação por MV

- Função de ligação canônica $\left(g(\mu) = \frac{1}{\mu}\right)$, outras opções são identidade ($g(\mu) = \mu$), raiz quadrada ($g(\mu) = \sqrt{\mu}$) e logaritmica ($g(\mu) = \ln \mu$).
- Lembremos que, nesse caso, a função de ligação log não corresponde à função de ligação canônica embora, em geral, seja a mais usada.
- Lembrando que $S(\beta) = \phi \mathbf{X}' \mathbf{W}^{1/2} \mathbf{V}^{-1/2} (\mathbf{y} - \boldsymbol{\mu})$, em que $\mathbf{W} = \text{diag}(\omega_1, \dots, \omega_n)$, $\mathbf{V} = \text{diag}(V_1, \dots, V_n) = (\mu_1^2, \dots, \mu_n^2)$.

Estimação por MV

- Função de ligação log: temos que $V_i = \mu_i^2 = \exp(2\eta_i)$. Além disso,
$$\omega_i = \left(\frac{\partial \mu_i}{\partial \eta_i} \right)^2 / V_i = \frac{\exp(2\eta_i)}{\mu_i^2} = \frac{\exp(2\eta_i)}{\exp(2\eta_i)} = 1.$$
 Assim $\mathbf{W} = \mathbf{I}_n$.
Nesse caso $S(\beta) = \phi \mathbf{X}' \mathbf{V}^{-1/2} (\mathbf{y} - \boldsymbol{\mu})$.
- Exercício: particularizar todas as expressões para as funções de ligação identidade, raiz quadrada e recíproca.

Estimação por MV

- Temos que $S(\phi) = \sum_{i=1}^n \{y_i \theta_i - b(\theta_i)\} + \sum_{i=1}^n c'(y_i, \phi)$.
- Como $c(y_i, \phi) = (\phi - 1) \ln(y_i) + \phi \ln(\phi) - \ln \Gamma(\phi)$, temos que

$$c'(y_i, \phi) = \ln(y_i) + \ln(\phi) + 1 - \Psi(\phi),$$

em que $\Gamma'(\phi) = \frac{d\Gamma(\phi)}{d\phi}$ e $\Psi(\phi) = \frac{\Gamma'(\phi)}{\Gamma(\phi)}$ é a função digama e

$\Gamma(\phi) = \int_0^{\infty} y^{\phi-1} e^{-y} dy$ é a função gama

- No R `gamma()` (função gama) e `digamma()` (função digamma).

Estimação por MV

- Além disso, $\mathbf{I}_{11}(\boldsymbol{\beta}, \phi) = \phi \mathbf{X}' \mathbf{W} \mathbf{X}$ (no caso da ligação log
 $\mathbf{I}_{11}(\boldsymbol{\beta}, \phi) = \phi \mathbf{X}' \mathbf{X}$) e $\mathbf{I}_{22}(\boldsymbol{\beta}, \phi) = -\mathcal{E} \left(\sum_{i=1}^n c''(Y_i, \phi) \right)$.

- Como

$$c''(y_i, \phi) = \frac{1}{\phi} - \Psi'(\phi),$$

em que $\Psi'(\phi) = \frac{1}{(\Gamma(\phi))^2} \left(\Gamma''(\phi)\Gamma(\phi) - (\Gamma'(\phi))^2 \right)$ (função trigama,

implementada no R, `trigamma()`) e $\Gamma''(\phi) = \frac{d^2\Gamma(\phi)}{d\phi^2}$, então

$$\mathbf{I}_{22}(\boldsymbol{\beta}, \phi) = -n \left(\frac{1}{\phi} - \Psi'(\phi) \right).$$

Estimação por MV

- Dessa forma, devemos utilizar o processo iterativo (algoritmo Escore de Fisher), apresentado anteriormente ([link](#)), para obtermos estimativas para β e ϕ .
- Alternativamente, a etapa do algoritmo Escore de Fisher para obtermos estimativas para o parâmetro ϕ pode ser substituída pela utilização do estimador do tipo método dos momentos ([link](#)).

Desvio e RCD

- As formas do desvio e do RCD para o modelo gama já foram vistas anteriormente, respectivamente ([aqui](#)) e ([aqui](#)).
- Verificar as formas da medida de alavancagem e da distância de Cook para as funções de ligação log, identidade, recíproca e raiz quadrada.

Utilizando o programa R

- função *glm* (disponível quando na instalação básica do R).
- Sua sintaxe se assemelha bastante com a da função *lm* (na forma de definir a estrutura de regressão)

(com intercepto)

```
result<-glm(Y~X1 + X2 + ... + Xp,  
family=Gamma(link='log'))
```

(sem intercepto)

```
result<-glm(Y~-1+ X1 + X2 + ... + Xp,  
family=Gamma(link='log'))
```

Cont.

- Para ver um resumo dos resultados:

```
summary(result)
```

- A estimativa default do R para o parâmetro ϕ é a estimativa obtida pelo método dos momentos. Com efeito, a função `glm` disponibiliza a estimativa de (ϕ^{-1})
- Uma outra estimativa para ϕ é $\tilde{\phi} = \frac{n-p}{D(\mathbf{y}; \tilde{\boldsymbol{\mu}})}$, a qual não é consistente, em que $D(., .)$ é o desvio do modelo.

Cont.

- Para se estimar ϕ no modelo gama, por MV, devemos utilizar o pacote *MASS* (não é um pacote default), através do comando `gamma.shape(result)`
- Note que a estimativa de ϕ pode afetar os valores de: $\widetilde{\text{Cov}}(\hat{\beta})$, RCD, AIC, BIC (e os outros critérios de informação), desvio escalonado, da estatística Q (teste $\mathbf{C}\beta = \mathbf{M}$) e tudo o mais que depender de ϕ .

Resumo dos comandos básicos

Distribuição (family)	Função de ligação (link)
binomial	logit (logito), probit (probit), cauchit (cauchito), log , cloglog (complemento log-log)
gaussian (normal)	identity, log, inverse
Gamma (gama)	inverse, identity, log
poisson	log, identity, sqrt
inverse.gaussian (inversa gaussiana)	$1/\mu^2$, inverse, identity, log

Cont.

Distribuição (family)	Função de ligação (link)
identity	$g(\mu) = \mu$
log	$g(\mu) = \ln(\mu)$
inverse	$g(\mu) = \frac{1}{\mu}$
sqrt	$g(\mu) = \sqrt{\mu}$
logit	$g(\mu) = \ln\left(\frac{\mu}{1-\mu}\right)$

Cont.

Distribuição (family)	Função de ligação (link)
probit	$g(\mu) = \Phi^{-1}(\mu)$; $\Phi^{-1}(\cdot)$ inversa da fda da $N(0, 1)$
cauchito	$g(\mu) = F^{-1}(\mu)$; $F^{-1}(\cdot)$ inversa da fda da Cauchy(0, 1)
cloglog	$g(\mu) = \ln(-\ln(1 - \mu))$

Outros comandos

Quantidade	Comando
$\tilde{\beta}$	<code>coef(result)</code>
$\widetilde{Cov}(\hat{\beta})$	<code>vcov(result)</code>
$\frac{1}{\tilde{\phi}}$	<code>(summary(result))\$dispersion</code>

Para o modelo gama, em relação à estimativa de MV do parâmetro ϕ , devemos fazer

```
resultphi <- gamma.shape(result)
resultphi$alpha # (estimativa)
resultphi$SE #(estimativa do erro-padrão)
```

Outros comandos

- Resultados sob a estimativa pelo MM de ϕ .

```
summary(result)
```

- Resultados sob a estimativa por MV de ϕ (*).

```
summary(result, dispersion = gamma.dispersion(result))
```

(aceita outros valores para $1/\phi$, bastando digitar “dispersion = $1/\phi$ ”, em que phi é uma estimativa de interesse).

- Em princípio, vamos considerar a estimativa de MV de ϕ .

Outros comandos

- Para ver os resultados disponibilizados pela função *glm* faça
`names(fit.model)`
`names(summary(fit.model))`
- O comando (*) é útil para obter valores corrigidos para $\widetilde{\text{Cov}}(\hat{\beta})$. O restante deve ser calculado utilizando-se comandos específicos juntamente com a estimativa de interesse de ϕ .

Desvio não escalonado e não escalonado

- Desvio não escalonado:

`deviance(result)`

- Desvio escalonado:

`fi*deviance(result)`

- Em que “fi” é uma estimativa de ϕ .

Resíduo componente do desvio

```
X = model.matrix(result)
w = result$weights
W = diag(w)
H = solve(t(X)\%*\%W\%*\%X)
H = sqrt(W)\%*\%X\%*\%H\%*\%t(X)\%*\%sqrt(W)
h = diag(H)
rd = resid(result, type= "deviance")
td = rd*sqrt(fi/(1-h))
```

Medida de alavancagem

```
X<- model.matrix(result)
w = fit.model$weights
W = diag(w)
H = solve(t(X)%*%W%*%X)
H = sqrt(W)%*%X%*%H%*%t(X)%*%sqrt(W)
h = diag(H)
```

Distância de Cook

```
rp<-residuals(fit.model,type="pearson")  
rp = sqrt(fi)*rp  
ts = rp/sqrt(1 - h)  
LD <- (h/(1-h))*(ts^2)
```

Observações

- Para se gerar o gráfico **worm plot**, pode-se usar o pacote **gamlss**.
- Mais referências podem ser encontradas em: [aqui](#), [aqui](#), [aqui](#), [aqui](#).
- Comandos para o ajuste de um modelo no **gamlss**:

(com intercepto)

```
result<-gamlss(Y~X1+X2+...+Xp,family=GA(mu.link="log"))
```

(sem intercepto)

```
result<-gamlss(Y~-1+X1+X2+...+Xp,family=GA(mu.link="log"))
```

- Worm plot quando Y for uma vac.

```
wp(result)
```

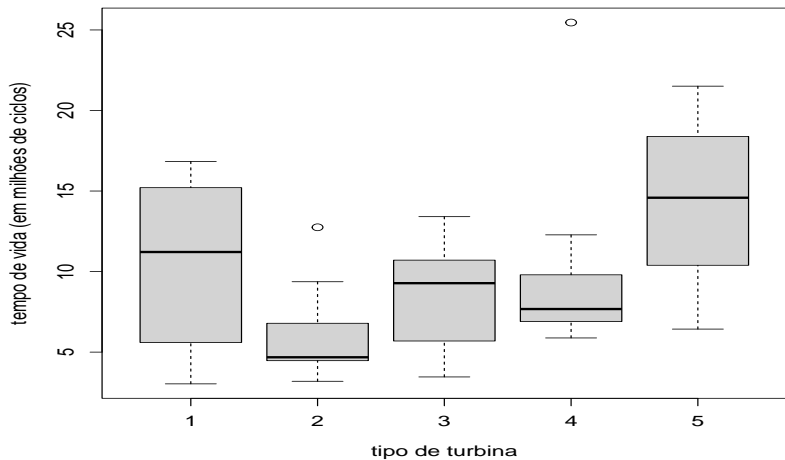

Observações

- O pacote *gamlss* também provê alguns outros tipos de resíduos e medidas de influência e diagnóstico.
- Há também o pacote *glmtoolbox* que diversas ferr fornece
- também há outras funções do R, como *residuals* e *influence.measures*.

Voltando ao Exemplo 1 (potência de turbinas de aviões)

- Vamos considerar os 5 tipos de turbinas analisados no experimento, doravante tipos 1, 2, 3, 4 e 5.
- $n_i = 10, \forall i$ (tamanho amostral por grupo).
- Y_{ij} : tempo de vida (em milhões de ciclos) da j -ésima turbina do i -ésimo tipo.
- Quanto maior o número médio de ciclos, melhor o desempenho da turbina.

Análise descritiva



Análise descritiva

Tipo	Média	DP	Var.	CV(%)	Min.	Max.	CA	Curt.
1	10,69	4,82	23,23	45,07	3,03	16,84	-0,24	1,72
2	6,05	2,92	8,50	48,18	3,19	12,75	1,40	3,82
3	8,64	3,29	10,83	38,10	3,46	13,41	-0,10	1,83
4	9,80	5,81	33,71	59,26	5,88	25,46	2,21	6,60
5	14,71	4,86	23,65	33,07	6,43	21,51	-0,15	2,05

Comentários

- As médias parecem ser diferentes, pelo menos entre alguns tipo de turbina. As variâncias aumentam com o aumento das médias. Os CV's parecem ser menos diferentes entre si, do que as variâncias. Por outro lado, as curtoses parecem variar entre os grupos, assim como os CA's.
- A rigor, duas médias populacionais (quase) nunca são iguais.

Comentários

- Algumas vezes, tem-se o interesse em testar se a diferença em módulo entre elas é maior que um certo valor positivo:

$$H_0 : |\mu_1 - \mu_2| < \Delta \text{ vs } H_1 : |\mu_1 - \mu_2| > \Delta.$$

- No exemplo em questão é preferível, em princípio, afirmar que duas turbinas são equivalentes do que concluir que uma seja melhor do que a outra?

Modelo normal

$$Y_{ij} \stackrel{ind.}{\sim} N(\mu_i, \sigma^2),$$

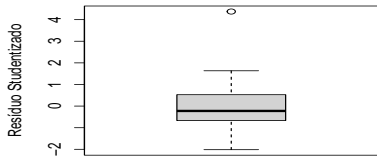
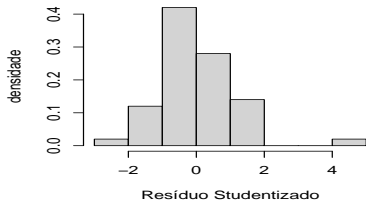
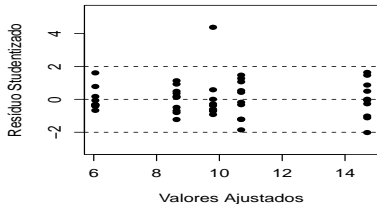
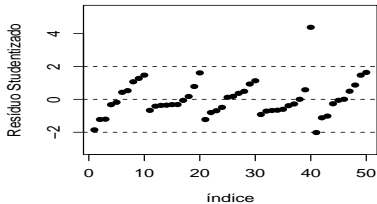
$$i = 1, \dots, 5 \text{ (tipo de turbina)}$$

$$j = 1, 2, \dots, 10 \text{ (turbina - unidade experimental)}$$

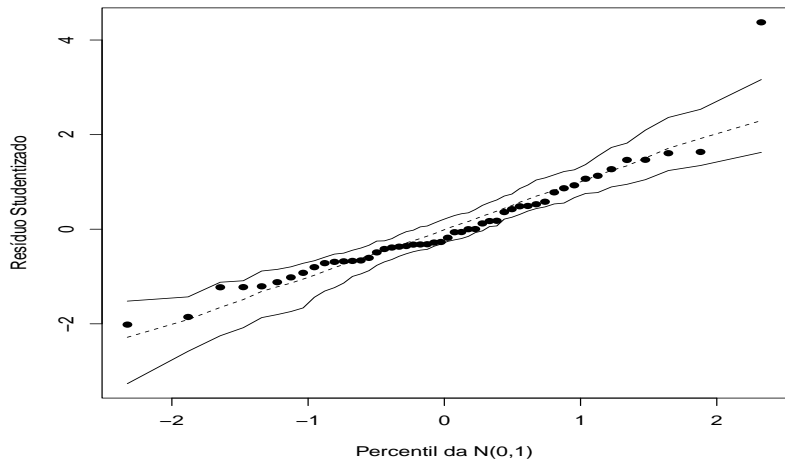
$$\mu_i = \alpha + \beta_i, \beta_1 = 0$$

- $\beta_i = \mu_i - \mu_1, i = 2, \dots, 5$: incremento (aditivo) da média do tipo de turbina i com relação ao tipo de turbina 1 (referência).

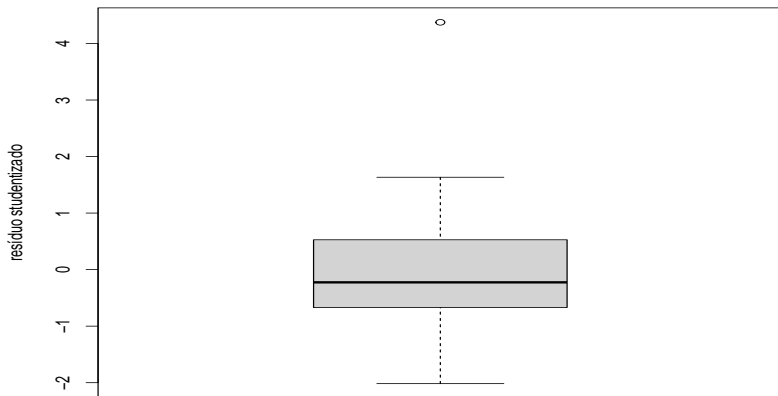
Gráficos de diagnóstico: Modelo normal



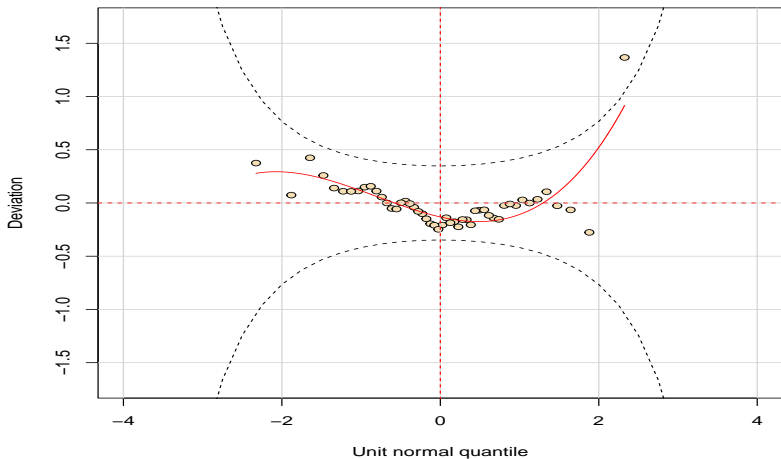
Envelope para os resíduos: Modelo normal



Box plot para os resíduos: Modelo normal



Worm plot para os resíduos: Modelo normal



Modelo gama 1

$$Y_{ij} \stackrel{ind.}{\sim} \text{gama}(\mu_i, \phi),$$

$$i = 1, \dots, 5 \text{ (tipo de turbina)}$$

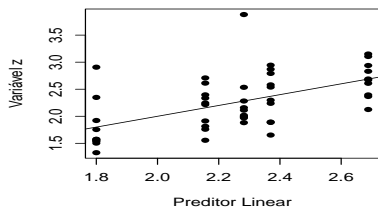
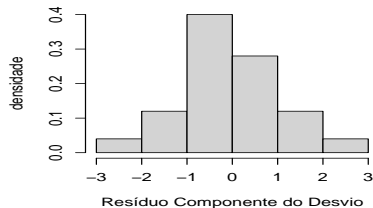
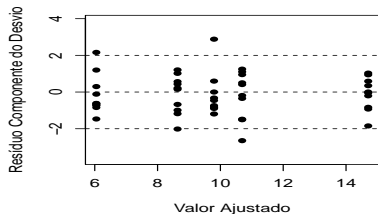
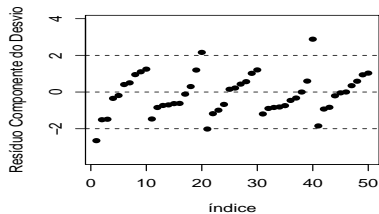
$$j = 1, 2, \dots, 10 \text{ (turbina - unidade experimental)}$$

$$\ln \mu_i = \alpha + \beta_i, \beta_1 = 0$$

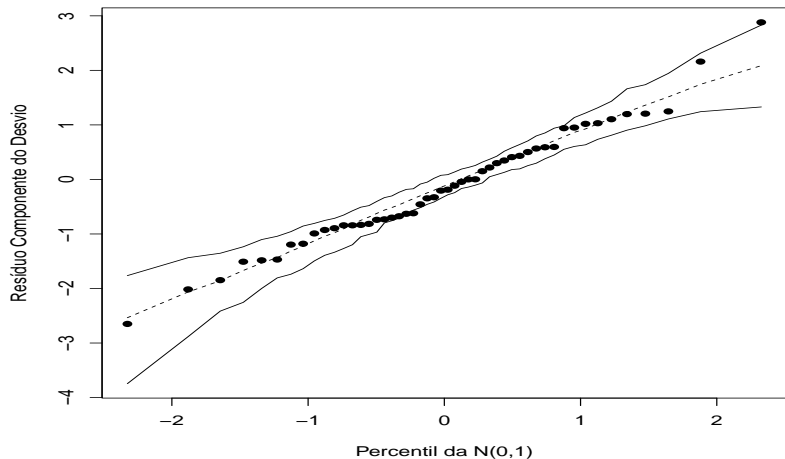
$$\mathcal{E}(Y_{ij}) = \mu_i \quad ; \quad \mathcal{V}(Y_{ij}) = \frac{\mu_i^2}{\phi}$$

- $e^{\beta_i} = \mu_i / \mu_1, i = 2, \dots, 5$: incremento (multiplicativo) da média do tipo de turbina i com relação ao tipo de turbina 1 (referência).

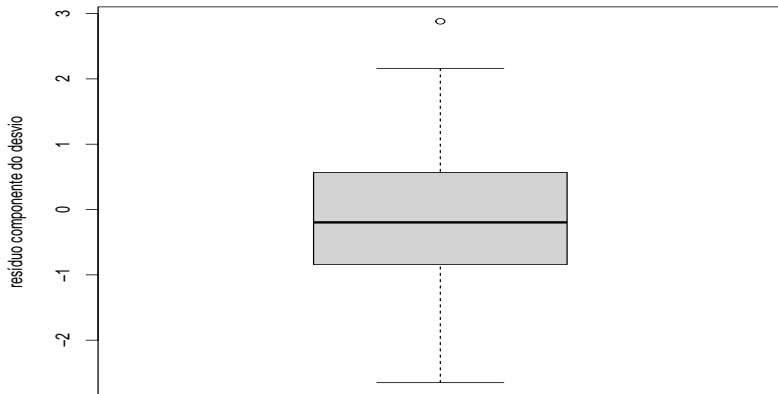
Gráficos de diagnóstico: Modelo gama 1



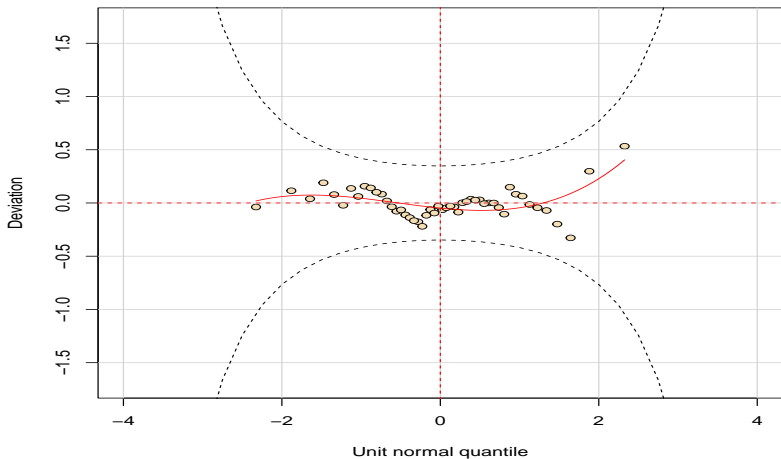
Envelope para os resíduos: Modelo gama 1



Box plot para os resíduos: Modelo gama



Worm plot para os resíduos: Modelo gama



Modelo gama 2

$$Y_{ij} \stackrel{ind.}{\sim} \text{gama}(\mu_i, \phi),$$

$$i = 1, \dots, 5 \text{ (tipo de turbina)}$$

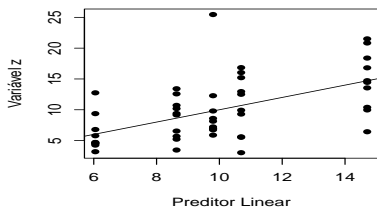
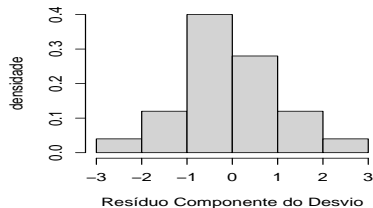
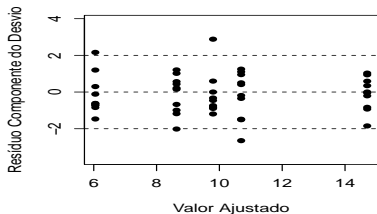
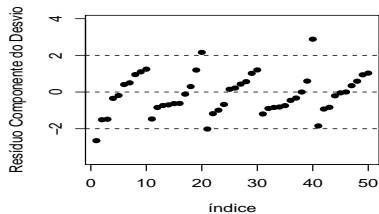
$$j = 1, 2, \dots, 10 \text{ (turbina - unidade experimental)}$$

$$\mu_i = \alpha + \beta_i, \beta_1 = 0$$

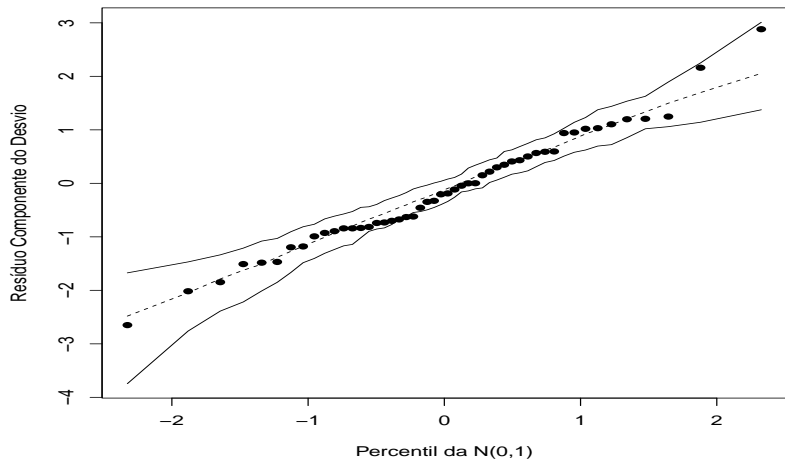
$$\mathcal{E}(Y_{ij}) = \mu_i \quad ; \quad \mathcal{V}(Y_{ij}) = \frac{\mu_i^2}{\phi}$$

- As interpretações de $\beta = (\alpha, \beta_2, \dots, \beta_5)'$ são as mesmas das do modelo normal.

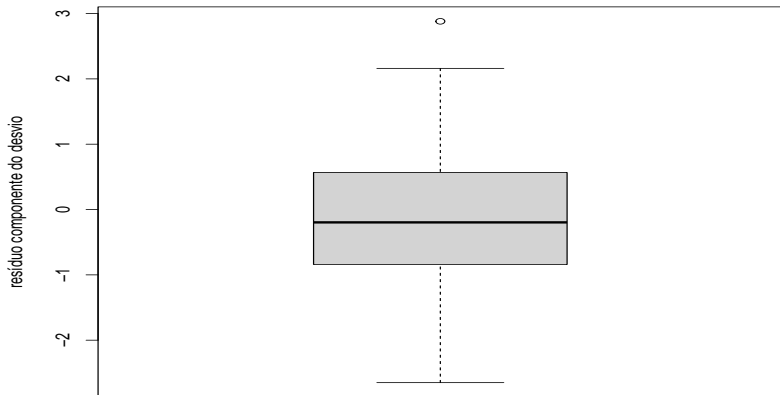
Gráficos de diagnóstico: Modelo gama 2



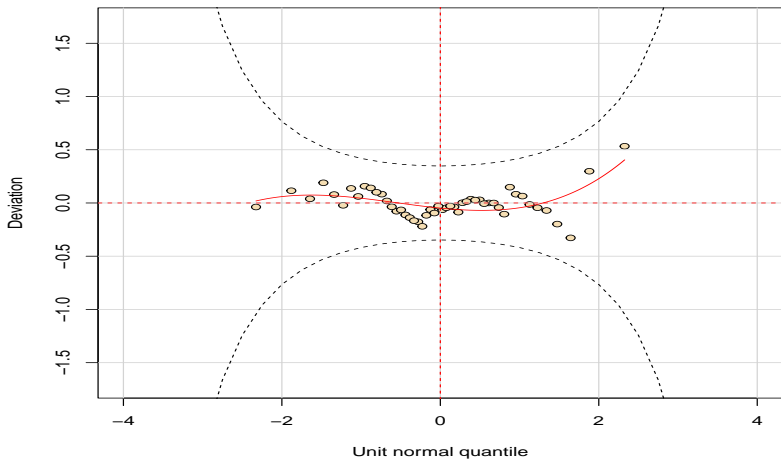
Envelope para os resíduos: Modelo gama 2



Box plot para os resíduos: Modelo gama 2



Worm plot para os resíduos: Modelo gama 2



Comparações entre os modelos

- Modelo gama $D(\mathbf{y}; \tilde{\boldsymbol{\mu}}) = 51,43$ ($p = 0,2365$) (considerando-se a aproximação pela $\chi^2_{(45)}$ adequada) o que indica que o modelo se ajustou de modo satisfatório aos dados.
- Modelo gama2 $D(\mathbf{y}; \tilde{\boldsymbol{\mu}}) = 51,43$ ($p = 0,2365$) (considerando-se a aproximação pela $\chi^2_{(45)}$ adequada) o que indica que o modelo se ajustou de modo satisfatório aos dados.
- Modelo normal $D(\mathbf{y}; \tilde{\boldsymbol{\mu}}) = 45$ ($p = 0,4719$) (considerando-se a aproximação pela $\chi^2_{(45)}$ adequada) o que indica que o modelo se ajustou de modo satisfatório aos dados.

Comparações entre os modelos

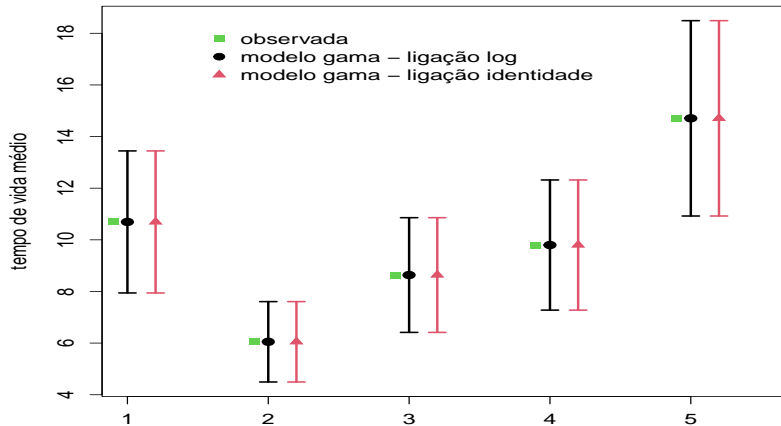
■ Critérios de informação

Modelo	AIC	BIC	AICc	SABIC	HQCIC	CAIC
Normal	298,37	309,84	300,32	291,01	302,74	315,84
gama 1	285,89	297,36	287,85	278,53	290,26	303,36
gama 2	285,89	297,36	287,85	278,53	290,26	303,36

Comparações entre os modelos

- Teste de Shapiro-Wilks (normalidade) para os resíduos: modelo normal ($p=0,0017$), modelo gama 1 ($p=0,7602$), modelo gama 2 ($p=0,7602$).
- O ajuste, essencialmente, igual entre os modelos gama é relativamente comum, uma vez que o número de média (μ_i) é igual ao número de parâmetros (β) e as funções de ligação log e identidade são inversíveis.

Comparações entre os modelos



tipo de turbina



Conclusões

- Os intervalos de confiança para as médias (figura anterior), no caso do modelo gama 2, têm de ser calculados através do método delta, através da exponenciação dos limites do IC (calculados para $\ln(\mu_i)$), ou algum procedimento numérico.
- Os modelos gama se ajustaram aos dados melhor do que o modelo normal.

Conclusões

- Escolheremos o modelo com função de ligação identidade, também pela facilidade de interpretação dos parâmetros.
- O resultado anterior (equivalência na predição das médias) é esperado dado que os modelos gama diferem apenas em termos da função de ligação e tem-se apenas fatores (um fator).

Estimativas dos parâmetros: Modelo gama 2

Parâmetro	Estimativa	EP	IC(95%)	Estat. Z	p-valor
α	10,69	1,40	[7,94 ; 13,44]	7,62	<0,0001
β_2	-4,64	1,61	[-7,80 ; -1,48]	-2,88	0,0040
β_3	-2,06	1,80	[-5,59 ; 1,48]	-1,14	0,2542
β_4	-0,89	1,90	[-4,63 ; 2,84]	-0,47	0,6383
β_5	4,01	2,39	[-0,66 ; 8,69]	1,68	0,0927
ϕ	5,80	1,13	[3,59 ; 8,02]	-	-

Modelo gama 2

- Modelo gama é preferível ao modelo exponencial (teste de Wald para $H_0 : \phi = 1$ vs $H_1 : \phi \neq 1$, $p < 0,001$). Aparentemente os tipos de turbina 1, 3 e 4 são equivalentes entre si, o tipo 2 é o pior e o tipo 5 o melhor.
- Com efeito o teste $\mathbf{C}\boldsymbol{\beta} = \mathbf{M}$ para testar $H_0 : \beta_3 = \beta_4 = 0$ vs $H_1 :$ há pelo menos uma diferença, resultou $p = 0,5091$, enquanto que a análise do desvio para testar tais hipótese resultou em $p = 0,7624$.

Comentários sobre os ajustes

- O resíduo studentizado (modelo normal) apresenta não normalidade, com um outlier, heterocedasticidade e ausência de correlação.
- Os resíduos componente de desvio e quantílico (modelos gama 1 e 2) apresentam normalidade (aproximada), essencialmente homocedasticidade e outlier se destaca bem menos e ausência de correlação.
- Assim, não somente os modelos gama 2 e gama 1 se ajustaram melhor do que o modelo normal, como este não teve um bom ajuste e aqueles tiveram um ajuste muito bom e equivalente.

Modelo gama 3

- Ajustaremos um modelo reduzido (modelo gama 2 com $\beta_3 = \beta_4 = 0$, doravante modelo gama 3).
- $D(\mathbf{y}; \tilde{\boldsymbol{\mu}}) = 51,47(p = 0,3032)$ (considerando-se a aproximação pela $\chi^2_{(47)}$ adequada), o que indica que o modelo se ajustou de modo satisfatório aos dados.

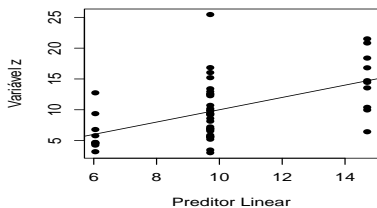
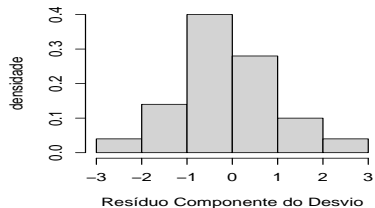
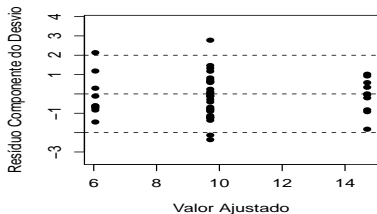
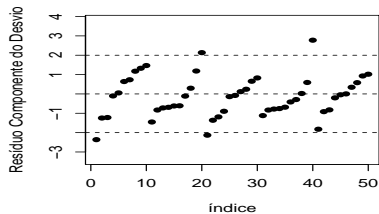
Modelo gama 3

- Critérios de informação:

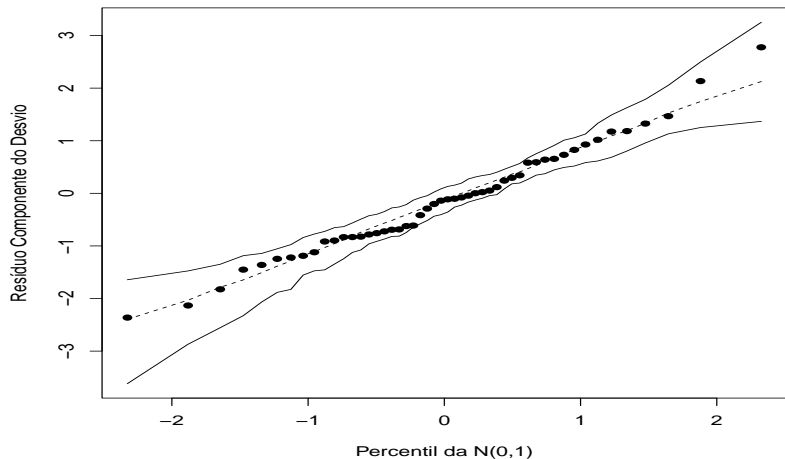
Modelo	AIC	BIC	AIC _c	SABIC	HQCIC	CAIC
gama 2	285,89	297,36	287,85	278,53	290,26	303,36
gama 3	283,21	290,85	284,09	278,30	286,12	294,85

- Os resultados acima indicam que o modelo 3 se ajustou melhor que o modelo 2.

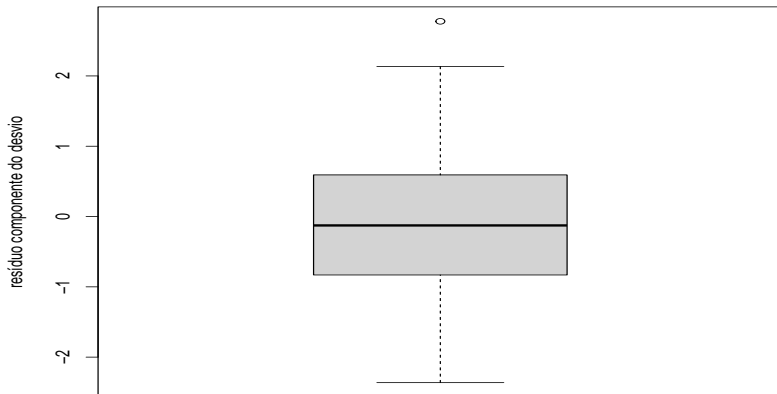
Gráficos de diagnóstico: Modelo gama 3



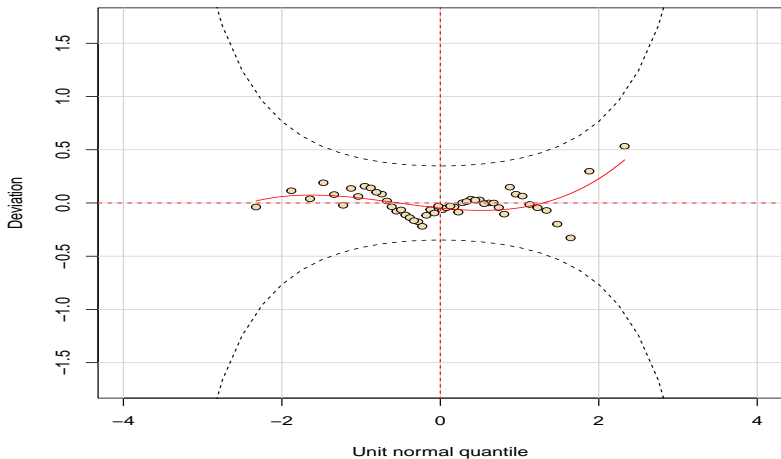
Envelope para os resíduos: Modelo gama 3



Box plot para os resíduos: Modelo gama 3



Worm plot para os resíduos: Modelo gama 3



Estimativas dos parâmetros: Modelo gama 3

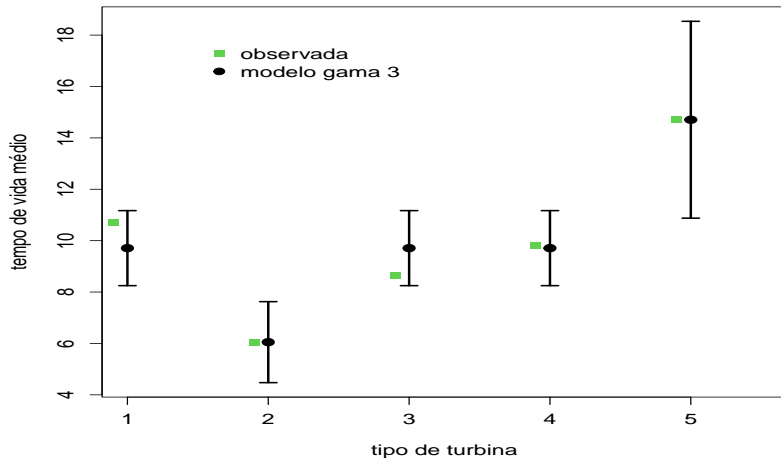
Parâmetro	Estimativa	EP	IC(95%)	Estat. Z	p-valor
α	9,71	0,74	[8,25 ; 11,17]	13,03	< 0,0001
β_2	-3,66	1,10	[-5,81 ; -1,51]	-3,34	0,0008
β_5	5,00	2,09	[0,90 ; 9,10]	2,39	0,0169
ϕ	5,66	1,10	[3,50 ; 7,82]	-	-

Escolheremos o modelo 3 como modelo final, fazendo a ressalva ao pesquisador que seria interessante testar outras turbinas dos tipos 1 e 5, para termos mais informação a respeito da possível diferença entre elas. Caso não fosse possível, em princípio, ajustariamos um outro modelo reduzido (modelo 3 com $\beta_5 = 0$) e o compararíamos com o modelo 3.

Comentários sobre os ajustes

- Os resíduos componente de desvio e quantílico (modelo gama 3) apresentam normalidade (aproximada), essencialmente homocedasticidade e outlier se destaca bem menos e ausência de correlação.
- Assim, continuaremos com esse modelo.

Médias previstas pelo modelo gama 3

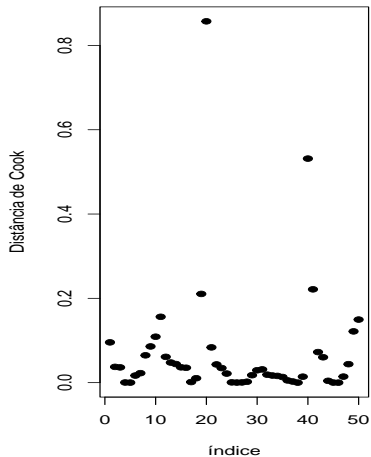
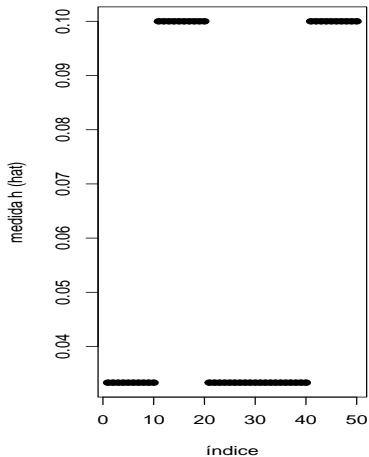


Médias previstas pelo modelo gama 3

Tipo de turbina	Estimativa	EP	IC(95%)
1	9,71	0,81	[8,13 ; 11,29]
2	6,05	0,87	[4,34 ; 7,76]
3	9,71	0,81	[8,13 ; 11,29]
4	9,71	0,81	[8,13 ; 11,29]
5	14,71	2,12	[10,55 ; 18,86]

O melhor tipo de turbina é o 5, o pior é o tipo 2, enquanto que os outros três tipos possuem desempenho semelhante entre si, e intermediário em relação aos dois primeiros tipos.

Pontos alavanca e Distância de Cook



Análise de Sensibilidade

Parâmetro (α)

Observações	Estimativa	EP	IC(95%)	Estat. Z	p-valor
todos	9,71	0,74	[8,25 ; 11,17]	13,03	< 0,0001
-20	9,71	0,72	[8,31 ; 11,11]	13,55	< 0,0001
-40	9,17	0,67	[7,86 ; 10,47]	13,77	< 0,0001
-20,40	9,17	0,63	[7,92 ; 10,41]	14,46	< 0,0001

Análise de Sensibilidade

Parâmetro (β_3)

Observações	Estimativa	EP	IC(95%)	Estat. Z	p-valor
todos	-3,66	1,10	[-5,81 ; -1,51]	-3,34	0,0008
-20	-4,40	1,01	[-6,39 ; -2,42]	-4,35	< 0.0001
-40	-3,12	1,00	[-5,08 ; -1,15]	-3,11	0,0019
-20,40	-3,86	0,91	[-5,65 ; -2,07]	-4,22	< 0,0001

Análise de Sensibilidade

Parâmetro (β_5)

Observações	Estimativa	EP	IC(95%)	Estat. Z	p-valor
todos	5,00	2,09	[0,90 ; 9,10]	2,39	0,0169
-20	5,00	2,01	[1,06 ; 8,94]	2,48	0,0130
-40	5,54	1,94	[1,75 ; 9,33]	2,86	0,0042
-20,40	5,54	1,84	[1,93 ; 9,15]	3,00	0,0027

Comentários

- Apesar de não haver mudanças significativas nas estimativas dos parâmetros de regressão (ao menos do ponto de vista significativo) pode ser interessante considerar um outro modelo que acomode melhor esses pontos candidatos à influentes.
- Alguns modelos alternativos: normal inverso (MLG), normal assimétrico, t de Student assimétrico, Birnbaum-Saunders, Weibull, log-normal.
- Exercício: repetir a análise considerando o modelo normal inverso.