# Gráficos

## Exemplo

Considere novamente os dados sobre a dureza do alumínio.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 53,0 | 70,2 | 84,3 | 69,5 | 77,8 | 87,5 |
| 53,4 | 82,5 | 67,3 | 54,1 | 70,5 | 71,4 |
| 95,4 | 51,1 | 74,4 | 55,7 | 63,5 | 85,8 |
| 53,5 | 64,3 | 82,7 | 78,5 | 55,7 | 69,1 |
| 72,3 | 59,5 | 55,3 | 73,0 | 52,4 | 50,7 |

*Fonte: Hoaglin, Mosteller e Tukey, 1983,* apud *Morettin & Bussab*, Estatística Básica.

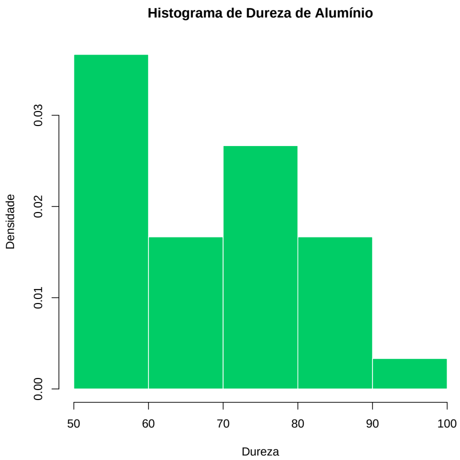
## Gráficos

### Exemplo

Mostraremos três exemplos de histogramas, além do *boxplot* e do gráfico ramo-e-folhas desses dados. Os histogramas foram gerados com diferentes números de intervalos:

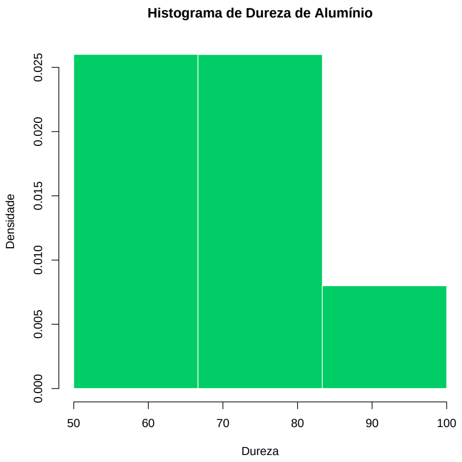
- O primeiro com o padrão do pacote estatístico **R**.
- O segundo com apenas 3 (poucos intervalos).
- O terceiro com 20 (muitos intervalos).

# Histograma

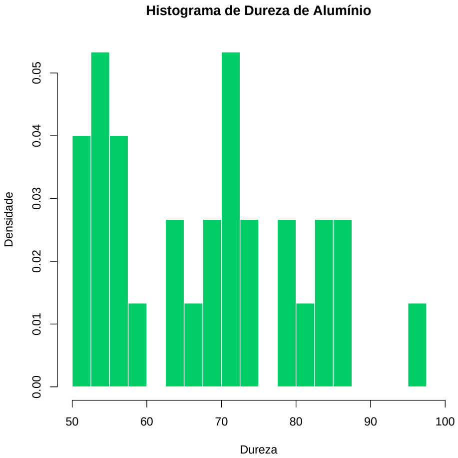


Histograma de Dureza de Alumínio
Densidade
0.00
0.01
0.02
0.03
50
60
70
80
90
100
Dureza

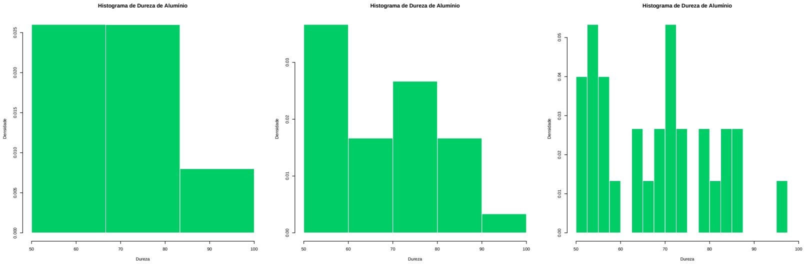
# Histograma (poucas categorias)



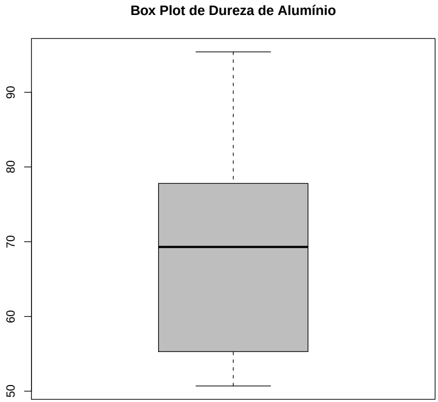
# Histograma (muitas categorias)



# Comparação dos Histogramas



# Box Plot



# Gráfico de Ramo-e-Folhas

O gráfico de Ramo-e-Folhas foi construido para os valores inteiros (truncados) dos dados:

| | |
|---|---|
| 5 | 1 1 2 3 3 4 4 |
| 5 | 5 6 6 |
| 6 | 0 4 4 |
| 6 | 7 9 |
| 7 | 0 0 1 1 2 3 4 |
| 7 | 8 9 |
| 8 | 3 3 4 |
| 8 | 6 8 |
| 9 | |
| 9 | 5 |

# Construção de um Histograma

## Exemplo

A seguinte tabela resume o salário da seção de orçamentos da Companhia MB:

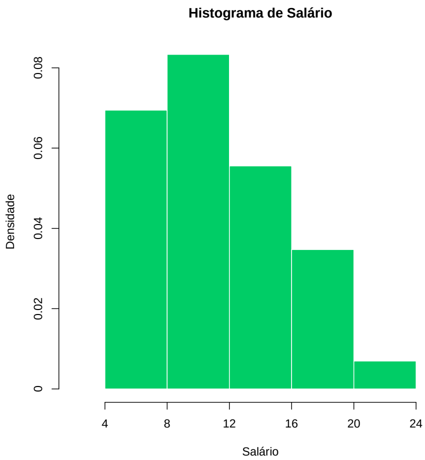
| | Ponto Médio | Frequência | Proporção ($100f_i$) |
|---|---|---|---|
| [4,00 – 8,00) | 6,00 | 10 | 27,78% |
| [8,00 – 12,00) | 10,00 | 12 | 33,33% |
| [12,00 – 16,00) | 14,00 | 8 | 22,22% |
| [16,00 – 20,00) | 18,00 | 5 | 13,89% |
| [20,00 – 24,00] | 22,00 | 1 | 2,78% |
| Total: | – | 36 | 100% |

*Fonte: Morettin & Bussab*, Estatística Básica 6ª edição, pág 18.

# Construção de um Histograma

O histograma é um gráfico de barras contíguas, onde as bases são proporcionais aos intervalos de classe, e as alturas são dadas pela frequência relativa. Se um certo invervalo tem amplitude $\Delta_i$, então a altura da barra é dada por $f_i/\Delta_i$, de tal maneira que a área do gráfico seja 1.

# Construção de um Histograma



# Construção de um Box Plot

## Exemplo

Considere a seguinte amostra aleatória de um experimento:

0,5 2,3 8,0 9,8 4,0 15,3 6,4 13,5 12,0

Esses números podem ser ordenados em

0,5 2,3 4,0 6,4 8,0 9,8 12,0 13,5 15,3

*Adaptado de: Morettin & Bussab*, Estatística Básica 6ª edição.

# Construção de um Box Plot

Para construir o Box Plot, devemos determinar algumas estatísticas sobre os dados.

- A *mediana* (ou $Q_2$) é simplesmente o valor central da amostra ordenada, denotada por $x_{(5)}$ neste caso. Seu valor é de 8,0.
- O *primeiro quartil* é o valor mediano dos dados abaixo da mediana. Ou seja, o valor mediano de

  $$0{,}5 \quad 2{,}3 \quad 4{,}0 \quad 6{,}4$$

  Temos aí um número par de elementos, então o primeiro quartil é a média entre 2,3 e 4,0, ou seja, 3,15.

## Construção de um Box Plot

- O *terceiro quartil* é o valor mediano dos dados acima da mediana. Ou seja, o valor mediano de

  $$9{,}8 \quad 12{,}0 \quad 13{,}5 \quad 15{,}3$$

  Temos novamente um número par de elementos, então o terceiro quartil é a média entre 12,0 e 13,5, ou seja, 12,75.
- O intervalo interquartilíco $IQ$ é simplesmente $Q_3 - Q_1 = 12{,}75 - 3{,}15 = 9{,}6$.

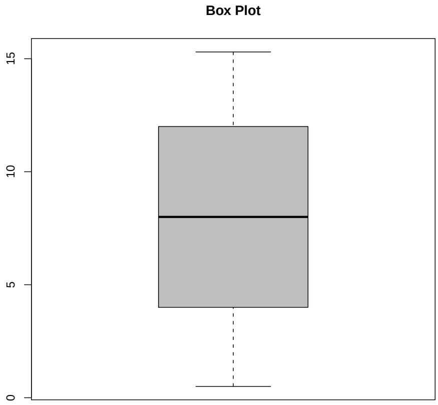
# Construção de um Box Plot

A construção do gráfico é imediata: Com os dados no eixo y, o traço horizontal em negrito denota a mediana, a caixa representa a região entre $Q_1$ e $Q_3$, e as linhas pontilhadas denotam o mínimo/máximo dos dados que estiverem na região entre $Q_2 - 1{,}5IQ$ e $Q_2 + 1{,}5IQ$.

Quaisquer valores fora desse intervalo são marcados com um ponto ou asterisco, e chamados *outliers*.

No nosso caso, como $-1{,}6 < 0{,}5 = \min(x)$ e $\max(x) = 15{,}3 < 17{,}6$, não temos outliers nos dados.

# Construção de um Box Plot

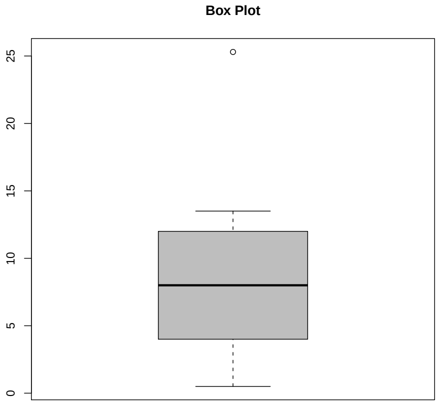


# Construção de um Box Plot

Podemos experimentar com esses valores, para observar o efeito de um outlier nos dados (e como o boxplot consegue detectá-los). Outliers podem ser erros de experimentação (quse nunca!) e devem ser tratados com cautela.

Suponha que o máximo da amostra tenha sido computado errôneamente, isto é, ao invés de 15,3, computou-se 25,3. As estatísticas $Q_1$, $Q_2$ e $Q_3$ não se alteram, mas o gráfico resultante exibirá o comportamento patológico dessa observação.

# Construção de um Box Plot



# Distribuições Bivariadas

## Exemplo

Frequentemente os dados serão apresentados em uma tabela, quando lidamos com variáveis discretas, especialmente quando nos interessarem duas ou mais variáveis. Para o caso de duas variáveis $X$ e $Y$, assumindo valores em $1, 2, \ldots, k$ e $1, 2, \ldots, r$, respectivamente, temos que a tabela a seguir é a forma mais adequada de resumir estes dados.

# Distribuições Bivariadas

| | | Y | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | $\dots$ | r | |
| | 1 | $a_{11}$ | $a_{12}$ | $\cdots$ | $a_{1r}$ | $\sum_{j=1}^{r} a_{2j}$ |
| X | 2 | $a_{21}$ | $a_{22}$ | $\cdots$ | $a_{2r}$ | $\sum_{j=1}^{r} a_{2j}$ |
| | $\vdots$ | $\vdots$ | | $\ddots$ | $\vdots$ | $\vdots$ |
| | k | $a_{k1}$ | $a_{k2}$ | $\cdots$ | $a_{kr}$ | $\sum_{j=1}^{r} a_{kj}$ |
| | | $\sum_{i=1}^{k} a_{i1}$ | $\sum_{i=1}^{k} a_{i2}$ | $\cdots$ | $\sum_{i=1}^{k} a_{ir}$ | $\sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{r} a_{ij}$ |

# Distribuições Bivariadas

## Exercício

Considere ainda os dados da companhia Milsa.

- Qual a proporção de indivíduos que tem categoria 1 de $Y$ e categoria 2 de $X$?
- Qual a proporção de indivíduos que tem categoria 2 de $Y$, entre o total?
- Qual a proporção de indivíduos que tem categoria 2 de $X$, entre o total?
- Entre os elementos que tem a categoria $r$ de $Y$, que proporção tem a categoria $k$ de $X$?

# Distribuições Bivariadas

## Exemplo

Observe agora os intervalos de classe para salário e a distribuição covariada com a variável procedência. A tabela a seguir mostra a frequencia covariada de cada classe:

| | Capital | Interior | Outro | Marginal |
|---|---|---|---|---|
| $[4-8)$ | 4 | 3 | 3 | 10 |
| $[8-12)$ | 3 | 4 | 6 | 13 |
| $[12-16)$ | 1 | 3 | 3 | 7 |
| $[16-20)$ | 3 | 1 | 1 | 5 |
| $[20-24]$ | 0 | 1 | 0 | 1 |
| Marginal | 11 | 12 | 13 | 36 |