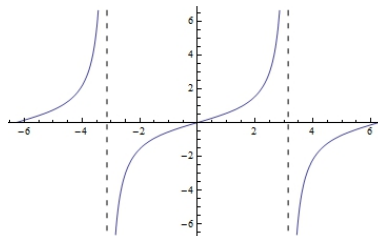


Sétima lista de exercícios  
Funções trigonométricas de qualquer ângulo. Gráficos.

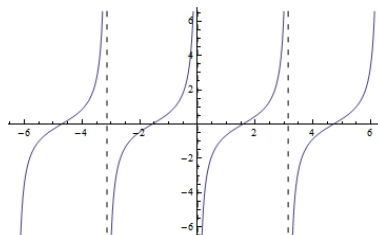
1. Indique o quadrante associado aos ângulos de  $150^\circ$ ,  $210^\circ$  e  $330^\circ$  e forneça o sinal do seno de cada um deles.
2. Indique o quadrante associado aos ângulos de  $120^\circ$ ,  $240^\circ$  e  $300^\circ$  e forneça o sinal do cosseno de cada um deles.
3. Sabendo que  $\sin(30^\circ) = 1/2$ , calcule  $\sin(150^\circ)$ ,  $\sin(210^\circ)$  e  $\sin(330^\circ)$ .
4. Sabendo que  $\cos(60^\circ) = 1/2$ , calcule  $\cos(240^\circ)$  e  $\cos(300^\circ)$ .
5. Sabendo que  $\sin(45^\circ) = \cos(45^\circ) = \sqrt{2}/2$ , calcule  $\tan(45^\circ)$ ,  $\tan(135^\circ)$  e  $\tan(225^\circ)$ .
6. Sabendo que  $\sin(30^\circ) = 1/2$  e  $\cos(30^\circ) = \sqrt{3}/2$ , determine  $\sec(150^\circ)$ ,  $\csc(150^\circ)$  e  $\cot(150^\circ)$ .
7. Sabendo que  $\cos(\theta) = -5/13$ , determine, **sem usar calculadora**, os possíveis valores da cossecante de  $\theta$  e os quadrantes aos quais  $\theta$  pode pertencer.
8. Sem usar calculadora, mas apenas uma tabela com  $\sin(\theta)$ ,  $\cos(\theta)$  e  $\tan(\theta)$  para  $\theta \in \{30^\circ, 45^\circ, 60^\circ\}$ , determine
 

(a) $\sin(2\pi/3)$ .	(k) $\sec(-\pi)$ .
(b) $\tan(120^\circ)$ .	(l) $\sin(11\pi)$ .
(c) $\cos(7\pi/6)$ .	(m) $\cos(11\pi)$ .
(d) $\sin(225^\circ)$ .	(n) $\sin(1350^\circ)$ .
(e) $\cos(3\pi/4)$ .	(o) $\cot(1350^\circ)$ .
(f) $\sec(-\pi/6)$ .	(p) $\sec(-120^\circ)$ .
(g) $\csc(\pi/3)$ .	(q) $\csc(\pi/6)$ .
(h) $\tan(-45^\circ)$ .	(r) $\tan(300^\circ)$ .
(i) $\cot(-\pi/3)$ .	(s) $\cot(135^\circ)$ .
(j) $\csc(-90^\circ)$ .	
9. Dado o ponto  $P(\theta) = (\sqrt{2}/3, \sqrt{3}/3)$  sobre a circunferência unitária, determine  $\sin(\theta)$ ,  $\cos(\theta)$ ,  $\tan(\theta)$ ,  $\cot(\theta)$ ,  $\sec(\theta)$  e  $\csc(\theta)$ .
10. Dado o ponto  $P(\theta) = (-\sqrt{5}/5, 2\sqrt{5}/5)$  sobre a circunferência unitária, determine  $\sin(\theta)$ ,  $\cos(\theta)$ ,  $\tan(\theta)$ ,  $\cot(\theta)$ ,  $\sec(\theta)$  e  $\csc(\theta)$ .
11. Sabendo que  $\cos(\theta) = 3/5$ , determine os possíveis valores de  $\sin(\theta)$  e os quadrantes aos quais  $\theta$  pode pertencer.
12. Sabendo que  $\sin(\theta) = -3/4$ , determine os possíveis valores de  $\cos(\theta)$  e os quadrantes aos quais  $\theta$  pode pertencer.
13. Sabendo que  $\cos(\theta) = 1/3$ , determine os possíveis valores de  $\tan(\theta)$  e os quadrantes aos quais  $\theta$  pode pertencer.
14. Sabendo que  $\tan(\theta) = -1/5$  e que  $\sin(\theta) < 0$ , determine os valores de  $\sin(\theta)$  e  $\cos(\theta)$ .
15. Sabendo que  $\sec(\theta) = 5/3$  e que  $\sin(\theta) > 0$ , determine o valor de  $\cot(\theta)$ .
16. Relacione os gráficos abaixo às funções fornecidas.

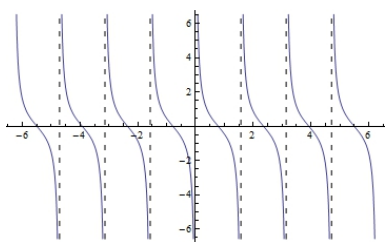
(a)



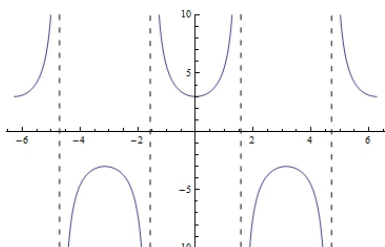
(b)



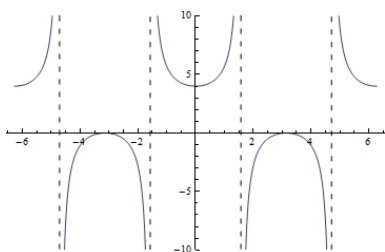
(c)



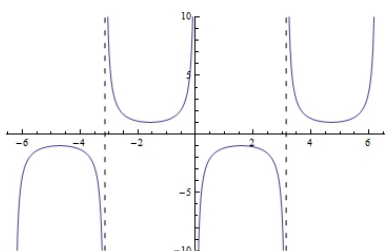
(d)



(e)



(f)



(a)  $f(x) = 3\sec(x)$ ;

(b)  $f(x) = -\csc(x)$ ;

(c)  $f(x) = \tan(x/2)$ ;

(d)  $f(x) = \cot(2x)$ ;

(e)  $f(x) = 2 + 2\sec(x)$ ;

(f)  $f(x) = \tan(x)$ .

17. Indique o período das funções abaixo.

(a)  $f(x) = \sin(x/3)$ ;

(b)  $f(x) = \cos(2x/7)$ ;

(c)  $f(x) = \tan(x/2)$ ;

(d)  $f(x) = \cot(2x)$ ;

(e)  $f(x) = \sec(3x)$ ;

(f)  $f(x) = \csc(x + \pi/2)$ .

18. Indique se cada uma das funções abaixo é par ou ímpar.

(a)  $f(x) = \tan(x)$

(c)  $f(x) = \sec(x)$

(b)  $f(x) = \cot(x)$

(d)  $f(x) = \csc(x)$

19. Esboce o gráfico das funções (basta mostrar um período completo).

(a)  $f(x) = \sin(x)/3$ ;

(b)  $f(x) = -4\cos(x)$ ;

(c)  $f(x) = \cos(2\pi x)$ ;

(d)  $f(x) = \sin(x/4)$ ;

(e)  $f(x) = \cos(x + \pi/2)$ ;

(f)  $f(x) = 2\sin(2x)$ .

20. Determine a amplitude e o período da função  $3\sin(2x/5)$ .

21. Esboce o gráfico das funções  $f(x) = \cos(x)$  e  $g(x) = 3\sin(x + \pi/2)$  para  $-2\pi \leq x \leq 2\pi$ .

22. Esboce o gráfico das funções  $f(x) = \cos(x)$  e  $g(x) = \frac{3}{2}\cos(\frac{x}{2})$  para  $-2\pi \leq x \leq 2\pi$ . Indique o período e a amplitude da função  $g$ .

23. Esboce o gráfico das funções  $f(x) = \sin(x)$  e  $g(x) = \frac{\cos(2x)}{2}$  para  $0 \leq x \leq 2\pi$ .

24. Esboce o gráfico das funções  $f(x) = \cos(x)$  e  $g(x) = \frac{1}{2}\sin(2x + \pi)$  para  $0 \leq x \leq 2\pi$ . Indique o período e a amplitude da função  $g$ .

25. Esboce, em um mesmo plano coordenado, os gráficos das funções  $f(x) = \sin(x)$  e  $g(x) = 2\cos(x/2) - 1$ , supondo que  $-\pi \leq x \leq \pi$ .

26. Esboce o gráfico das funções  $f(x) = \sin(x)$  e  $g(x) = 2\cos(x/2 - \pi/2)$  para  $-2\pi \leq x \leq 2\pi$ . Indique o período da função  $g$ .

27. Esboce o gráfico das funções  $f(x) = \sin(2x + \pi)$  e  $g(x) = \frac{1}{2}[\cos(x) - 1]$  para  $0 \leq x \leq 2\pi$ . Indique o período da função  $f$ .

28. Esboce em um mesmo plano coordenado os gráficos de  $f(x) = \sin(x + \frac{\pi}{2})$  e  $g(x) = 2\sin(\frac{x}{2})$ , supondo que  $0 \leq x \leq 2\pi$ . Indique o período de  $g$ .

29. Esboce o gráfico das funções  $f(x) = 2\sin(x)$  e  $g(x) = \cos(2x + \pi) + 1$  para  $0 \leq x \leq 2\pi$ . Indique o período da função  $g$ .

30. A altura da cabine de uma roda gigante é descrita em função do tempo (em min) por

$$h(t) = 76 + 75\sin\left(\frac{\pi}{15}t - \frac{\pi}{2}\right).$$

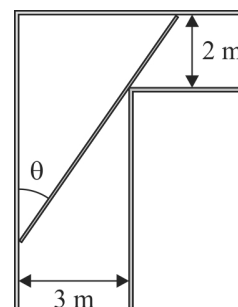
- Determine a altura máxima e a altura mínima da cabine;
  - Determine quanto tempo a roda demora para dar uma volta completa (ou seja, qual é o período de  $h(t)$ );
  - Usando um programa como o Wolfram Alpha ([www.wolframalpha.com](http://www.wolframalpha.com)), trace o gráfico de  $h(t)$ .
31. A pressão sanguínea de uma determinada pessoa pode ser aproximada pela função  $P(t) = 100 + 20\cos(110\pi t)$ , em que  $t$  é o instante de tempo e  $P$  é dada em milímetros de mercúrio.

- Determine a pressão máxima (sistólica) e a pressão mínima (diastólica) dessa pessoa.
- Determine o período da função  $P(t)$ ;
- Determine o número de batimentos cardíacos por minuto dessa pessoa.

32. (Stewart) Depois de saltar de uma ponte, uma praticante de *bungee jump* oscila para cima e para baixo de modo que,  $t$  segundos após o salto, sua altura, medida em metros acima do rio, é dada pela função  $h(t) = 100 + 75e^{-t/20}\cos(\frac{\pi}{4}t)$ .

- Encontre a altura da louca jovem nos instantes  $t = 0, 2, 6, 8, 20$ .
- Usando um programa de computador, trace o gráfico de  $h(t)$  para  $t$  entre 0 e 60 segundos.

33. (Stewart) Um cano é transportado por um corredor com 3m de largura. Ao final do corredor, há uma curva que leva a outro corredor, com 2m de largura, como mostra a figura.



- Mostre que, para cada valor de  $\theta$  entre 0 e  $\pi/2$ , o comprimento do maior cano que faz um ângulo  $\theta$  com a parede do primeiro corredor é dado por

$$L(\theta) = 3\csc(\theta) + 2\sec(\theta).$$

- Trace o gráfico da função  $L$  para  $0 < \theta < \pi/2$ .
- A partir do gráfico, determine o valor mínimo de  $L$ , que corresponde ao maior cano que é capaz de fazer a curva.

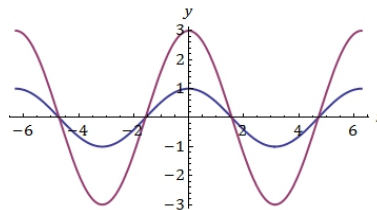
## Respostas

1.  $2^\circ (+)$ ,  $3^\circ (-)$  e  $4^\circ (-)$
2.  $2^\circ (-)$ ,  $3^\circ (-)$  e  $4^\circ (+)$
3.  $1/2$ ,  $-1/2$ ,  $-1/2$ .
4.  $-1/2$ ,  $1/2$ .
5.  $1$ ,  $-1$ ,  $1$ .
6.  $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ,  $2$ ,  $-\sqrt{3}$ .
7.  $\frac{13}{12}$  e  $-\frac{13}{12}$ .  $2^\circ$  e  $3^\circ$  quadrantes.
8. a.  $\sqrt{3}/2$ ; b.  $-\sqrt{3}$ ; c.  $-\sqrt{3}/2$ ;  
d.  $-\sqrt{2}/2$ ; e.  $-\sqrt{2}/2$ ; f.  $2\sqrt{3}/3$ ;  
g.  $2\sqrt{3}/3$ ; h.  $-1$ ; i.  $-\sqrt{3}/3$ ;  
j.  $-1$ ; k.  $-1$ ; l.  $0$ ; m.  $-1$ ;  
n.  $-1$ ; o.  $0$ ; p.  $-2$ ; q.  $2$ ;  
r.  $-\sqrt{3}$ ; s.  $-1$ .
9.  $\text{sen}(\theta) = \sqrt{3}/3$ ;  $\cos(\theta) = \sqrt{2}/3$ ;  
 $\tan(\theta) = \sqrt{2}/2$ ;  $\cot(\theta) = \sqrt{2}$ ;  
 $\sec(\theta) = \sqrt{3}/2$ ;  $\csc(\theta) = \sqrt{3}$ .
10.  $\text{sen}(\theta) = 2\sqrt{5}/5$ ;  $\cos(\theta) = -\sqrt{5}/5$ ;  
 $\tan(\theta) = -2$ ;  $\cot(\theta) = -1/2$ ;  
 $\sec(\theta) = -\sqrt{5}$ ;  $\csc(\theta) = \sqrt{5}/2$ .
11.  $\text{sen}(\theta) = \pm 4/5$ .  $\theta$  pode estar no  $1^\circ$  ou no  $4^\circ$  quadrante.
12.  $\cos(\theta) = \pm \sqrt{7}/4$ .  $\theta$  pode estar no  $3^\circ$  ou no  $4^\circ$  quadrante.
13.  $\tan(\theta) = \pm 2\sqrt{2}$ .  $\theta$  pode estar no  $1^\circ$  ou no  $4^\circ$  quadrante.
14.  $\text{sen}(\theta) = -\sqrt{26}/26$ ,  $\cos(\theta) = 5\sqrt{26}/26$ .
15.  $\cot(\theta) = 3/4$ .
16. a. gráfico (d); b. gráfico (f);  
c. gráfico (a); d. gráfico (c);  
e. gráfico (e); f. gráfico (b).
17. (a)  $6\pi$ ; (d)  $\pi/2$ ;  
(b)  $7\pi$ ; (e)  $2\pi/3$ ;  
(c)  $2\pi$ ; (f)  $2\pi$ .
18. (a) ímpar (c) par  
(b) ímpar (d) ímpar

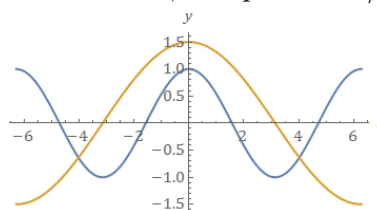
19. ...

20. Amplitude: 3. Período:  $5\pi$ .

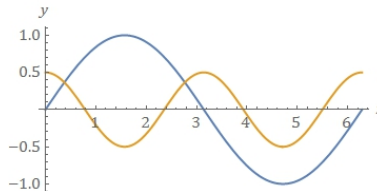
21.



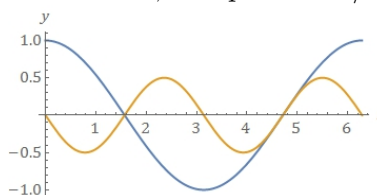
22. Período:  $4\pi$ ; Amplitude:  $3/2$ .



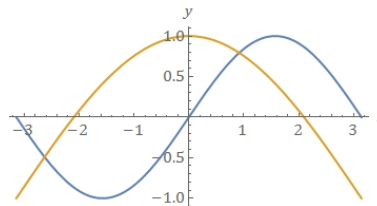
23.



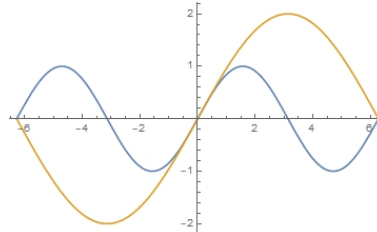
24. Período:  $\pi$ ; Amplitude:  $1/2$ .



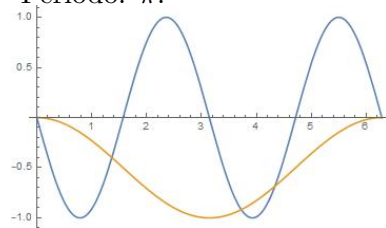
25.



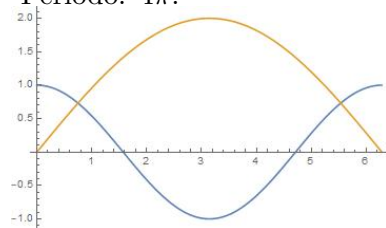
26. Período:  $4\pi$ .



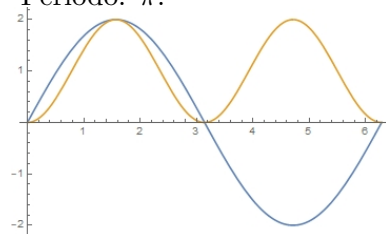
27. Período:  $\pi$ .



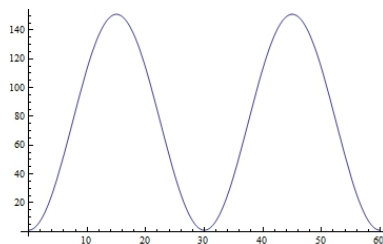
28. Período:  $4\pi$ .



29. Período:  $\pi$ .

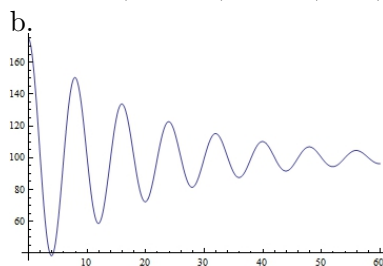


30. a. máximo: 151 m; mínimo: 1 m;  
b. 30 minutos;  
c.

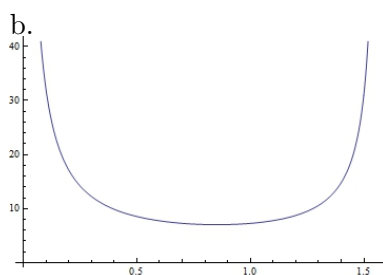


31. a. mínima: 80 mm Hg; máxima: 120 mm Hg.  
b.  $1/55$  minutos  
c. 55 batimentos por minuto.

32. a. 175 m; 100 m; 100 m; 150,27 m; 72,41 m.



33. a. ...



c. Cerca de 7 m.