Os modelos de Cournot para duopólio e cartéis: uma revisão

R. Aleixo*, Departamento de Matemática Aplicada,
IMECC, UNICAMP, 13083-859 Campinas, SP, Brasil.

Resumo

Numa economia de livre concorrência, o preço e a quantidade a ser produzida são estabelecidos pelo jogo da oferta e da procura. Todavia, convém observar que o tipo de economia de livre concorrência (chamada concorrência perfeita) está praticamente desaparecendo. Neste trabalho analisamos duas situações hipotéticas de interação entre duas empresas. Uma estuda um mercado de livre concorrência em que duas empresas decidem simultâneamente que quantidade produzir. O outro estuda o caso em que há uma distorção nesse tipo de mercado que é o caso de um cartel. A teoria dos jogos é a ferramenta utilizada para fazer essas análises.

1 Introdução

Numa economia de livre concorrência, o preço e a quantidade a ser produzida são estabelecidos pelo jogo da oferta e da procura. Esse equilíbrio de preços é o chamado preço de equilíbrio ou preço corrente.

Todavia, convém observar que o tipo de economia de livre concorrência (chamada concorrência perfeita) está praticamente desaparecendo em certas áreas do comércio dando lugar a um mercado controlado pelos grandes produtores ou distribuidores - embora existindo legislação específica contra a ordem econômica e as relações de consumo - e pelo estado.

Surgem, então, nesse mercado sob controle, ofertas diversificadas e reguladas, procuras ou demandas influenciadas pela propaganda e preços fixados por empresários ou pelo governo,

*aleixo@ime.unicamp.br

ou seja, os chamados preços administrados. Mesmo assim, em certas áreas ainda se verifica o livre jogo da oferta e da procura dando margem à variação dos preços, razão pela qual devemos saber o que se passa com as variáveis em referência - oferta, procura e preço - bem como algumas de suas particularidades de sua interdependência.

Neste trabalho analisamos duas situações hipotéticas de interação entre duas empresas. A primeira análise diz respeito ao comportamento de duas empresas que decidem simultaneamente que quantidade irão produzir para distribuir no mercado, esse comportamento recebe o nome de modelo de Cournot. Esse modelo é um dos modelos clássicos de análise de mercados com poucas empresas, ou seja, oligopólios. Essa análise reflete o caso em que as empresas estão em um mercado de livre concorrência.

Na segunda análise observamos o comportamento de um cartel. Cartel, na prática é a pressão econômica de dois ou mais vendedores, que geralmente se processa por meio de acordos, destinados a manter elevados os preços de seus produtos. Na verdade, a intervenção desta força constitui um caso de alterações no mecanismo de preços, criando, então, as chamadas imperfeições do mercado concorrencial.

Para fazer a análise do modelo de Cournot e o modelo de cartéis utilizamos conceitos provenientes da teoria dos jogos, entre eles, o conceito de equilíbrio de Nash. Posteriormente fizemos uma discussão sobre a relação existente entre essas duas formas de interação estratégicas observadas no mercado.

2 Definições

Nesta seção apresentamos algumas definições básicas de teoria do jogos. O primeiro conceito é o de jogos simultâneos, que tem a seguinte definição.

Definição (Jogos Simultâneos): Jogos simultâneos são aqueles em que cada jogador ignora as decisões dos demais no momento em que toma a sua própria decisão, e os jogadores não se preocupam com as consequências futuras de suas escolhas. Há, ainda, o conceito de jogo repetido, que trata de processos de interação estratégica que possuem uma história. Jogo repetido é definido da seguinte maneira:

Definição (Jogo Repetido): Um jogo repetido é um jogo que se repete um número finito, ou infinito, de vezes. Esse jogo que se repete é conhecido como "jogo-base". Em um jogo repetido, a cada repetição as estratégias do jogo devem permanecer constantes.

Para analisar possíveis equilíbrios em jogos simultâneos, definimos recompensa. Mais especificamente, recompensa ou função recompensa é definida como aquilo que cada jogador rebebe ao final do jogo, de acordo com suas próprias escolhas e as dos demais jogadores. A função recompensa será representada pela letra π.

Nesse trabalho estudamos um caso especial de jogos simultâneos que são jogos com informações completas. Esse conceito pode ser definido como:

Definição (Informação Completa): Um jogo é dito de informação completa quando as recompensas dos jogadores são de conhecimento comum.

O conceito mais geral de solução de jogos simultâneos é o chamado equilíbrio de Nash, cuja definição é

Definição (Equíbrio de Nash): Diz-se que uma combinação de estratégias constitui um equíbrio de Nash quando cada estratégia é a melhor resposta possível às estratégias dos demais jogadores, e isso é verdade para todos os jogadores.

Considere que nosso jogo possua n jogadores, e que suas estratégias sejam determinadas por s_i e a dos demais jogadores s_{-i} com $i = 1, ..., n$. Podemos escrever a definição de equíbrio de Nash em termos formais, para que uma dada combinação de estratégias seja considerada um equíbrio de Nash é necessário que, para cada estratégia s_i^* que pertença a combinação de estratégias, tenhamos:

$$\pi_i(s_i^*, s_{-i}^*) \leq \pi_i(s_i, s_{-i}^*) \text{ para todo } s_i \text{ e todo } i, \tag{1}$$

onde π_i representa a função de recompensa de um jogador i, s_i uma dada estratégia do jogador i, s_{-i} é uma estratégia dos demais jogadores que não i, e o sinal de asterisco indica que a estratégia faz parte de um equilíbrio de Nash.

3 O modelo de Cournot para duopólios

Nesta seção examinaremos um modelo de um período no qual cada empresa tem de prever a escolha de produção de outra. Com base nessa previsão, cada empresa escolherá uma produção que maximize seu próprio lucro, onde o lucro é dado pela receita da empresa menos seu respectivo custo. Procuraremos, então um equilíbrio em previsões - uma situação em que cada empresas vê confirmadas suas crenças sobre a outra, ou seja, o equilíbrio nessa situação é um equilíbrio de Nash. Esse modelo é conhecido como modelo de Cournot. Algebricamente, a partir da definição acima, a empresa 1 buscará:

$$\max_{q_1} \pi(q_1 + q_2^e) \tag{2}$$

e a empresa 2 buscará:

$$\max_{q_2} \pi(q_1^e + q_2) \tag{3}$$

De acordo com o conceito de equilíbrio de Nash, as estratégias dos jogadores devem ser as melhores respostas umas das outras. Assim, $q_1 = q_1^e$, e $q_2 = q_2^e$, em outras palavras a estratégia adotada por cada empresa deve ser igual ao que a outra empresa esperava dela, e vice-versa. Observe que o modelo de Cournot é um jogo simultâneo de informação completa.

O modelo de Counot pode ser dividido em dois tipos, o primeiro é denominado modelo de Cournot tradicional e o segundo de modelo de Cournot bayesiano.

3.1 O modelo de Cournot tradicional

Adotamos em alguns momentos a sequinte nomenclatura $q = q_1 + q_2$, para o desenvolvimento dos modelos. A função receita é determinada pelo produto da quantidade vendida pelo valor que esse produto foi efetivamente vendido, ou seja, para a empresa 1 temos,

$$RT_1 = p(q)q_1 \tag{4}$$

e, para a empresa 2 temos,

$$RT_2 = p(q)q_2, \tag{5}$$

As funções de custo são dadas por $C_i = c_i q_i$. Portanto, as funções lucro das duas empresas s ao dadas por $\pi_i = RT_i - c_i q_i$. Para encontrar o equilíbrio de Nash nessa situação devemos calcular as funções de reação, que são:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \pi_1}{\partial q_1} & = & [p(q) - c_1] + q_1 \dfrac{\partial p}{\partial q_1} \\ \dfrac{\partial \pi_2}{\partial q_2} & = & [p(q) - c_2] + q_2 \dfrac{\partial p}{\partial q_2} \end{cases} \tag{6}$$

O equilíbrio é encontrado quando igualamos as funções de reação a zero.[1] Chamando $c_i = \mathrm{CM}a(q_i)$, ou seja c_i é o custo marginal.

$$\begin{cases} q_1 \frac{\partial p}{\partial q_1} + p(q) & = & \mathrm{CM}a(q_1) \\ q_2 \frac{\partial p}{\partial q_2} + p(q) & = & \mathrm{CM}a(q_2) \end{cases} \tag{7}$$

Note que,

$$\frac{\partial p}{\partial q_i} = \frac{dp}{dq} \frac{\partial q}{\partial q_i} = \frac{dp}{dq} \tag{8}$$

Logo as duas equações do sistema (7) podem ser reescritas da seguinte forma:

$$p(q) + \frac{dp}{dq} q_i = \mathrm{CM}a(q_i) \tag{9}$$

Fatorando $p(q)$, podemos escrever esta equação como:

$$p(q) \left[1 + \frac{dp}{dq} \frac{q}{p(q)} \frac{q_i}{q} \right] = \mathrm{CM}a(q_i) \tag{10}$$

Utilizando a definição de eslasticidade da curva de demanda agregada e tomando $ri = q_i/q$ que é a participação da empresa i no mercado teremos

$$p(q) \left[1 - \frac{1}{|\epsilon(q)|/r_i} \right] = \mathrm{CM}a(q_i) \tag{11}$$

Podemos pensar em $|\epsilon(q)|/r_i$ como sendo a elasticidade da curva de demanda com a qual a empresa se defronta: quanto menor a participação da empresa no mercado, mais elástica é a curva de demanda com que ela se defronta. Se houver um grande número de empresas, a influência de cada uma no mercado será desprezível e o equilíbrio de Cournot será efetivamente o mesmo que na concorrência pura.

[1] Claramente a condição sobre as segundas derivadas das funções lucro estão garantidas, para termos um ponto de máximo.

3.2 Modelo de Cournot bayesiano

Nesta seção estudamos uma versão diferente do modelo de Cournot, em que a empresa 1 faz parte de uma população homogênea de empresas, em que todas empregam a mesma tecnologia e apresentam os mesmos custos de conhecimento comum.

Enquanto isso, a empresa 2 pertence a uma população que se divide em dois grupos: um grupo de custos baixos, o outro, de custos altos. Vamos supor que a probabilidade de a empresa 2 ser do tipo custo baixo é r, enquanto que a probabilidade de ser custo alto é $(1-r)$.

Seja então um mercado compartilhado por essas empresas. A função de demanda total nesse mercado, p, é uma função de q_1 e q_2. A empresa 2 pode apresentar dois tipos de função custo, a custo baixo, do tipo, $C_2^B = c_2^B q_2^B$ e a custo alto, dada por $C_2^A = c_2^A q_2^A$. Assim os lucros dessa empresas podem ser

$$\begin{cases} \pi_2^B &= p(q_1, q_2^B)q_2^B - c_2^B q_2^B \\ \pi_2^A &= p(q_1, q_2^A)q_2^A - c_2^A q_2^A \end{cases} \tag{12}$$

Como a produção da empresa 2 afeta o preço de mercado, e dessa forma a receita e o lucro da empresa 1, a quantidade a ser produzida pela empresa 2 deve ser levada em conta no momento de determinar a quantidade a ser produzida pela empresa 1, que é a melhor decisão em resposta à decisão da empresa 2. A empresa 1 terá que considerar os dois tipos de competidores, ponderando o efeito que cada tipo pode ter sobre seus lucros pelas suas probabilidades. Logo o lucro da empresa 1 será:

$$\pi_1 = (r)p(q_1, q_2^A)q_1 + (1-r)p(q_1, q_2^B)q_1 - c_1 q_1. \tag{13}$$

O procedimento para a solução do modelo de Counot Bayesiano é o mesmo aplicado para solucionar o modelo de Cournot tradicional. Tomamos as derivadas parciais $\partial\pi_1/\partial q_1$,

$\partial\pi_2^A/\partial q_2^A$ e $\partial\pi_2^B/\partial q_2^B$, e igualamos cada uma dessa derivada a zero.[2] Obtendo,

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\pi_1}{\partial q_1} &= (r)\dfrac{\partial p}{\partial q_1}q_1 + (r)p(q_1,q_2^A) + (1-r)\dfrac{\partial p}{\partial q_1}q_1 + (1-r)p(q_1,q_2^B) - \mathrm{CM}a(q_1) = 0 \\ \dfrac{\partial\pi_2^A}{\partial q_2^A} &= \dfrac{\partial p}{\partial q_2^A}q_2^A + p(q_1,q_2^A) - \mathrm{CM}a(q_2^A) = 0 \\ \dfrac{\partial\pi_2^B}{\partial q_2^B} &= \dfrac{\partial p}{\partial q_2^B}q_2^B + p(q_1,q_2^B) - \mathrm{CM}a(q_2^B) = 0 \end{cases} \tag{14}$$

Que gera o seguinte sistema,

$$\begin{cases} r\dfrac{\partial p}{\partial q_1}(q_1,q_2^A)q_1 + (1-r)\dfrac{\partial p}{\partial q_1}(q_1,q_2^B)q_1 + rp(q_1,q_2^A) + (1-r)p(q_1,q_2^B) = \mathrm{CM}a(q_1) \\ \dfrac{\partial p}{\partial q_2^A}q_2^A + p(q_1,q_2^A) = \mathrm{CM}a(q_2^A) \\ \dfrac{\partial p}{\partial q_2^B}q_2^B + p(q_1,q_2^B) = \mathrm{CM}a(q_2^B) \end{cases} \tag{15}$$

Uma conclusão que vemos facilmente do modelo de Cournot Bayesiano é que não sabendo ao certo o custo da empresa 2, a empresa 1 é obrigada a ajustar sua quantidade produzida pelo valor esperado da produção dos dois tipos de concorrentes, o que reduz sua quantidade.

4 Cartéis

Nos modelos que examinamos até agora, as empresas operavam de maneira independente. Mas e se elas formarem um conluio para determinar conjuntamente sua produção, esses modelos não serão muito razoáveis. Se houver a possibilidade de conluio, as empresas farão melhor se escolherem a produção que maximiza os lucros totais da industria e então dividirem os lucros entre si. Quando as empresas se juntam e tentam fixar preços e produção para maximizar os lucros do setor, elas passam a ser conhecidas como cartel. Podemos definir cartel de uma maneira mais formal como:

Definição (Cartel): Diz-se que empresas formaram uma coalizão quando elas coordenam suas quantidades produzidas ou seus preços. Um cartel é um grupo de empresas competidoras que fizeram uma coalizão, de forma a maximizar seus lucros se comportando como se fossem uma empresa monopolista.

[2] Supondo que as condições sobre as segundas derivadas estejam valendo.

Portanto, pela definição acima, o problema básico para solucionarmos, com duas empresas, é

$$\max_{q_1,q_2} p(q)[q_1+q_2]-c_1q_1-c_2q_2=\max_{q_1,q_2}[\pi_1(q)+\pi_2(q)], \tag{16}$$

cujo resultado fornece a condição sobre a quantidade q que o cartel dever produzir afim de maximizar sues lucros.

Por uma simples análise podesse ver que o lucro obtido no cartel é superior ao lucro obtido no equilíbrio de Nash do modelo de Cournot. No equilíbrio de Nash q^* tem-se

$$\pi_1(q^*)+\pi_2(q^*)=(\pi_1+\pi_2)(q^*)\leq\max_{q_1,q_2}(\pi_1+\pi_2)=\pi^c, \tag{17}$$

onde π^c é a função lucro do cartel.

4.1 O modelo de cartel

Observamos que em um cartel busca-se a maximização do lucro no segmento, ou seja, a maximização da quantidade que representa a soma dos lucros π_i de todas a empresas. Primeiramente, a receita do cartel é dada por

$$RT^c=RT_1+RT_2\Rightarrow RT^c=p(q)q_1+p(q)q_2=p(q)(q_1+q_2) \tag{18}$$

e o custo do cartel é

$$C^c=c_1q_1+c_2q_2. \tag{19}$$

Logo o lucro do cartel é $\pi^c=RT^c-C^c$

$$\pi^c=[p(q)-c_1]q_1+[p(q)-c_2]q_2 \tag{20}$$

A funções de reação nesse caso fornecem

$$\left\{\begin{array}{rcl}\dfrac{\partial\pi^c}{\partial q_1}&=&[p(q)-c_1]+q\dfrac{\partial p}{\partial q_1}\\ \dfrac{\partial\pi^c}{\partial q_2}&=&[p(q)-c_2]+q\dfrac{\partial p}{\partial q_2}\end{array}\right. \tag{21}$$

Para encontrar o ponto de máximo de π^c devemos ter conjuntamente a duas condições a seguir[3]

$$\frac{\partial\pi^c}{\partial q_1}=0\quad\text{e}\quad\frac{\partial\pi^c}{\partial q_2}=0 \tag{22}$$

[3]Novamente as condições para ter um ponto de máximo estão satisfeitas.

A partir do sistema acima encontramos o seguinte par de equações

$$\begin{cases} q\dfrac{\partial p}{\partial q_1} + p(q) = \mathrm{CM}a(q_1) \\ q\dfrac{\partial p}{\partial q_2} + p(q) = \mathrm{CM}a(q_2) \end{cases} \tag{23}$$

que é a condição para os valores de q_1 e q_2 tais que o lucro conjunto das empresas envolvidas seja máximo. Assim existem dois valores (q_1^c, q_2^c) que fornecem

$$\begin{cases} p(q^c) + \dfrac{dp}{dq}q^c = \mathrm{CM}a(q_1^c) \\ p(q^c) + \dfrac{dp}{dq}q^c = \mathrm{CM}a(q_2^c) \end{cases} \tag{24}$$

Quando a empresa 1 pensa em expandir sua produção em dq_1, ela contemplará dois efeitos comuns: os lucros adicionais resultantes da venda de uma produção maior e a redução nos lucros por forçar os lucros para baixo. Mas, no segundo efeito, leva-se agora em consideração o efeito do preço mais baixo não só sobre sua própria produção, mas também sobre a produção da outra empresa. Isso ocorre devido a própria concepção de cartel que busca maximizar os lucros totais e não apenas seus próprios lucros.

As condições (24) implicam que a receita marginal da produção de uma unidade adicional tem de ser a mesma, não importanto onde seja produzida. Segue-se que $\mathrm{CM}a(q_1^c) = \mathrm{CM}a(q_2^c)$, de modo que os dois custos marginais se igualem para alcançar o equilíbrio. Se uma empresa tiver uma vantagem de custo ela então produzirá necessariamente mais em equiíbrio na solução de cartel.

4.2 Estabilidade de um cartel

O problema em formar um cartel na vida real é que sempre há a tentação de burlá-lo. Suponhamos que duas empresas operem em produções que maximizam os lucros do setor (q_1^c, q_2^c) e a empresa 1 pensa em aumentar um pouco mais sua produção, dq_1. Os lucros marginais que a empresa 1 obterá serão de

$$\frac{d\pi_1}{dq_1} = p(q^c) + \frac{dp}{dq}q_1^c - \mathrm{CM}a(q_1^c). \tag{25}$$

Mas a condição de cartel é que

$$p(q^c) + \frac{dp}{dq}q^c = \mathrm{CM}a(q_1^c). \tag{26}$$

Analisando as duas equações acima encontramos que

$$\frac{d\pi_1}{dq_1} = -\frac{dp}{dq}q_2^c > 0, \tag{27}$$

pois a curva de demanda tem inclinação negativa.

Portanto, se a empresa 1 espera que a empresa 2 manterá fixa sua produção, ela esperará que pode aumentar os lucros mediante o aumento de sua própria produção. Assim, para manter um cartel efetivo as empresas precisam encontrar um meio de detectar e punir a burla. Se elas não tiverem um modo de observar a produção uma da outra, a tentação de trair pode quebrar o cartel. A teoria dos jogos ajuda a resolver este problema.

Para solucionar esse problema supomos que as duas empresas adotem simuntaneamente a seguinte estratégia: produzir metade da quantidade de monopólio no primeiro período, a partir daí continuar a produzir essa mesma quantidade se a outra empresa fizer o mesmo, caso contrário produzir daí por diante o nível de produção do equilíbrio de Cournot. Note que esse jogo é um jogo infinitamente repetido.

Denotemos por π_i^c o lucro obtido pela empresa i produzindo na quantidade determinada pelo cartel. E por π_i^{Co} a quantidade produzida determinada pelo modelo de Cournot. Sabemos que

$$\pi_i^c > \pi_i^{Co}.$$

O lucro que uma empresa pode obter se não cooperar com o cartel, enquanto a outra coopera, denotamos por π_i^{NC} . Segue-se então que

$$\pi_i^{NC} > \pi_i^c > \pi_i^{Co}.$$

Desse modo, se a empresa obedece ao cartel, supondo que a outra também o faça, suas recompensas (valor presente) serão de:

$$\pi_i^c + \delta\pi_i^c + \delta^2\pi_i^c + ... = \pi_i^c \sum_{i=0}^{\infty} \delta^i = \frac{\pi_i^c}{1-\delta}, \tag{28}$$

onde δ é o fator de desconto e $0 < \delta \leq 1$.

Por outro lado se a mesma empresa não obedece ao cartel na k-ésima etapa, suas recompensas serão de:

$$\pi_i^c + \delta\pi_i^c + \delta^2\pi_i^c + ... + \delta^{k-1}\pi_i^c + \delta^k\pi_i^{NC} + \delta^{k+1}\pi_i^{Co} + ... \tag{29}$$

E o valor descontado dessa série de recompensas será de:

$$\pi_i^c \sum_{i=0}^{k-1} \delta^i + \delta^k \pi_i^{NC} + \pi_i^{Co} \sum_{i=k+1}^{\infty} \delta^i = \pi_i^c \sum_{i=0}^{k-1} \delta^i + \delta^k \pi_i^{NC} + \frac{\delta^{k+1}\pi_i^{Co}}{1-\delta}, \tag{30}$$

Mas, a equação (28) pode ser reescrita da seginte forma,

$$\pi_i^c \sum_{i=0}^{\infty} \delta^i = \pi_i^c \sum_{i=0}^{k-1} \delta^i + \frac{\delta^k \pi_i^c}{1-\delta}, \tag{31}$$

O cartel, assim, conseguirá se sustentar apenas se:

$$\pi_i^c \sum_{i=0}^{k-1} \delta^i + \frac{\delta^k \pi_i^c}{1-\delta} > \pi_i^c \sum_{i=0}^{k-1} \delta^i + \delta^k \pi_i^{NC} + \frac{\delta^{k+1}\pi_i^{Co}}{1-\delta}, \tag{32}$$

ou seja,

$$\frac{\pi_i^c}{1-\delta} > \pi_i^{NC} + \frac{\delta \pi_i^{Co}}{1-\delta}. \tag{33}$$

Ou escrito de outra forma:

$$\delta > \frac{\pi_i^{NC} - \pi_i^c}{\pi_i^{NC} - \pi_i^{Co}}. \tag{34}$$

A desigualdade nos diz que enquanto o fator de desconto for suficientemente alto, de modo que a perspectiva de uma punição futura seja suficientemente importante, será compensador para as duas empresas respeitarem suas cotas. Note-se que se trata de uma condição para a cooperação espontânea, pois é determinada exclusivamente pelos ganhos das empresas em cada situação .

5 Exemplo

Nesta seção apresentemos um exemplo para melhor visualização dos conceitos de equilíbrio de Nash no modelo de Cournot, e do equilíbrio em um modelo de cartel.

Vamos supor que exista uma curva de demanda dada por

$$p(q) = 100 - q_1 - q_2,$$

onde q_1 é a quantidade produzida e vendida pela empresa 1 e q_2 é a quantidade produzida e vendida pela empresa 2. E cada empresa possui um custo dado por

$$C_i = 4q_i.$$

No modelo de Cournot temos

$$\begin{cases} q_1 &= \dfrac{100 - q_2 - 4}{2} \\ q_2 &= \dfrac{100 - q_1 - 4}{2}, \end{cases} \tag{35}$$

cuja solução é

$$\begin{cases} q_1^* = 32, \\ q_2^* = 32. \end{cases} \tag{36}$$

Com isso, o preço de mercado é dado por

$$p(q^*) = 100 - 32 - 32 = \$36$$

E o lucro de qualquer uma das duas empresas no equilíbrio é dado por:

$$\pi_i = 36 \times 32 - (4 \times 32) = \$1.024$$

Agora supomos que as empresas atuam como um cartel, isto é, estamos supondo que elas formam uma coalização , ou seja, se comportam como uma empresa monopolista, fixando a quantidade que irão produzir.

Assumindo as mesmas curva de demanda e custo de cada empresa. Temos que:

$$\pi = (100 - q)q - 4q.$$

A partir daí somente precisamos calcular a quantidade a ser produzida pelo cartel que maximizará o lucro do cartel. Para isso igualamos a primeira derivada de π a zero, obtendo

$$\frac{d\pi}{dq} = 100 - 2q - 4 = 0,$$

logo $q^c = 48$. Como as empresas tem a mesma função custo temos, que no cartel

$$\begin{cases} q_1^c = 24, \\ q_2^c = 24. \end{cases} \tag{37}$$

O preço de mercado no caso da coalizão entre as duas empresas será:

$$p(q^c) = 100 - q^c = \$52$$

Dado o preço e a quantidade produzida pelo cartel, o lucro de cada empresa no cartel será de:

$$\pi_i^c = 52 \times 24 - (4 \times 24) = \$1.152$$

Temos que o lucro no modelo de Cournot para duopólios é menor queno modelo de cartéis. Assim, do ponto de vista das empresas, o equilíbrio de Nash do modelo de Cournot é Pareto-ineficiente: é possível, por meio de uma coalizão, isto é, de um cartel, aumentar o lucro das duas empresas ao mesmo tempo.

6 Conclusão

Neste trabalho estudamos os modelos de Cournot e de cartéis, analisando sua estrutura e de que forma estão ligados.

No modelo de Cournot, cada empresa escolhe sua produção para maximizar seus lucros dadas as expectativas sobre a escolha da outra empresa. Em equilíbrio cada empresa acha que sua expectativa sobre a escolha da outra empresa é confirmada. Vimos também que em um equilíbrio de Cournot no qual cada empresa possui uma pequena parcela do mercado implica que o preço será muito próximo do custo marginal - isto é setor será quase competitivo.

Um cartel consiste no conluio de um número de empresas para restringir a produção e maximizar o lucro da indústria. Apesar de o cartel apresentar um resultado melhor em termos de lucratividade do que a competição do modelo de Cournot, não significa que as empresas irão formar cartéis. Em primeiro lugar, em um grande número de países os cartéis são proibidos legalmente. Em segundo lugar, o cartel tende a ser muito instável, a não ser que algumas condições específicas se verifiquem, tais como adotar certas estratégias em um jogo infinitamente repetido. Facilmente os resultados apresentados podem ser extendidos para modelos de oligopólios, ou seja, um mercado com poucas empresas que reconhecem sua interdependência estratégica.

Referências

[1] Adelphino Teixeira da Silva. *Economia e Mercados: Introdução à Economia.* Editora Atlas, São Paulo, 1996.

[2] Ronaldo Fiani. *Teoria dos Jogos: com aplicações em economia, administração e ciências sociais.* Editora Campus, Rio de Janeiro, segunda edição, 2006.

[3] J. F. Nash Jr. Equilibrium points in n-person games. *Proceedings of the National Academy of Sciences USA*, 36:48–49, 1950.

[4] Martin J. Osborne and Ariel Rubinstein. *A course in Game Theory.* The MIT Press, Cambridge, 1994.

[5] Hal R. Varian. *Microeconomia: princípios básicos.* Editora Campus, Rio de Janeiro, quinta edição, 1996.