

# A onda-imagem em meios elípticamente isotrópicos

Rafael Aleixo e Jörg Schleicher

DMA/IMECC/UNICAMP, 13083-970 Campinas (SP), Brasil  
{aleixo,js}@ime.unicamp.br

## Resumo

A equação da onda imagem para o problema de remigração na profundidade em meios elípticamente isotrópicos é uma equação diferencial parcial de segunda ordem semelhante à equação da onda acústica. Neste trabalho derivamos tal equação utilizando uma metodologia inversa a proposta pela teoria dos raios. O objetivo é a construção de imagens do subsolo correspondentes a diferentes graus de anisotropia do meio, utilizando a equação da onda imagem ao invés de múltiplas migrações.

## 1 Introdução

Neste trabalho derivamos a equação da onda imagem para o problema de remigração na profundidade em meios elípticamente isotrópicos. O resultado é uma equação diferencial parcial de segunda ordem semelhante à equação da onda acústica.

O problema da remigração provém do processamento sísmico e o seu objetivo é a construção de uma nova imagem do subsolo a partir de uma obtida anteriormente pelo processo de migração, utilizando outros parâmetros do meio (Hubral et al., 1996b). Por migração se conhece o processo que, na geofísica, tem como objetivo a reconstrução de uma imagem das camadas geológicas no subsolo a partir da imagem distorcida no tempo, obtida mediante um levantamento sísmico, i.e., mediante geração de ondas no subsolo e registro do movimento resultante das partículas da superfície da terra. Para a realização da migração, é necessário conhecer um modelo das velocidades de propagação das ondas no subsolo em consideração, as chamadas velocidades de migração.

Porém, o modelo de velocidade usado para a primeira migração, geralmente não é perfeito, resultando em uma imagem incorreta. Esta, por sua vez, pode fornecer informações que permitem a atualização do modelo de velocidade. Alternativamente, é interessante possuir um leque de imagens referentes a diferentes modelos de velocidade, para escolher entre eles o geologicamente mais fidedigno ou aquele que melhor coincide com informações adicionais, tais como medidas em poços na área.

Desta forma, torna-se necessária a construção de uma nova imagem do subsolo referente a este modelo atualizado. Esta nova imagem pode ser construída mediante uma nova migração dos dados originais ou pelo processo de remigração (Fomel, 1994; Hubral et al., 1996a,b). Para esta atualização, foram sugeridos na literatura operadores diferenciais (Fomel, 1994; Hubral et al., 1996a) e integrais (Hubral et al., 1996b). Jaya (1997) estudou os primeiros e apresentou as primeiras aplicações práticas em dados reais. Baseado na equação diferencial de Fomel (1994), Hubral et al. (1996a) observaram que as novas imagens de um refletor (i.e.,

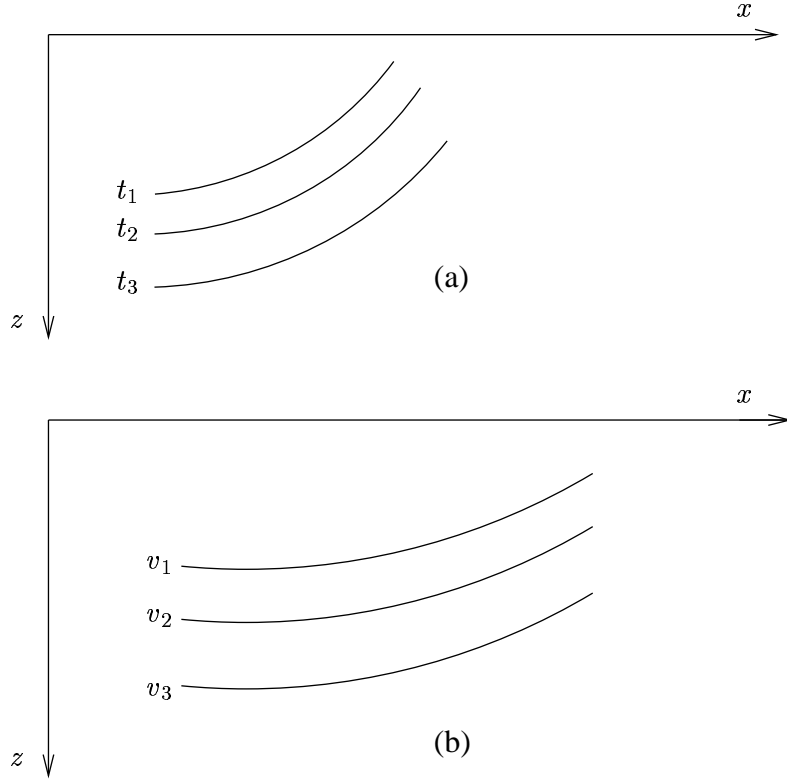


Figura 1: (a) Frentes de onda se propagando em três instantes de tempo diferentes. (b) Ondas-imagem em três velocidades de migração diferentes .

uma fronteira entre camadas geológicas) para diferentes modelos de velocidade de migração comportam-se de maneira análoga à propagação de frentes de onda. Para entender melhor a analogia com a propagação de uma onda, vide Figura 1. Na Figura 1(a) podemos ver como uma frente de onda se propaga. A mesma frente de onda é mostrada em três instantes de tempo diferentes. Vemos na Figura 1(b) três imagens migradas diferentes de um mesmo refletor sísmico, obtido com três modelos de velocidade de migração diferentes. Se compararmos a situação com a Figura 1(a), não é difícil aceitar que pode ser, conceitualmente, entendida como uma “onda se propagando”. Neste caso é a imagem de um refletor sísmico que “propaga”. (Hubral et al., 1996a) deram a este fenômeno o nome de onda-imagem. Da mesma forma que a Figura 1(a) mostra três frentes de onda em três diferentes instantes do tempo, a Figura 1(b) mostra a frente da onda-imagem de três diferentes “instantes de velocidade de migração”. A variável de propagação, que no caso da propagação de ondas físicas é representada pelo tempo, é, no caso das ondas-imagem, a velocidade de migração.

Os trabalhos citados acima estudam a propagação da onda-imagem em função do valor da velocidade de migração (considerada a mesma no modelo inteiro). Aqui estamos interessados na remigração em meios elipticamente isotrópicos em função da anisotropia. Definimos o parâmetro de elipticidade do meio como a razão entre os quadrados das velocidades na vertical e na horizontal. Chamamos este parâmetro de  $\varphi$ . O nosso objetivo é estudar a variação da imagem do refletor em função da variação deste parâmetro  $\varphi$ . Em outras palavras,  $\varphi$  assume o papel da variável de propagação para a onda-imagem em meios elipticamente isotrópicos.

## 2 Derivação da onda-imagem

Nesta seção, descrevemos a propagação da onda-imagem como uma função da anisotropia do meio. Para tal, estudamos como um ponto isolado em uma *imagem de um refletor* se comporta quando a *elipticidade do meio* varia. Esta situação pode ser entendida de maneira análoga à propagação de uma onda de Huygens a partir de uma fonte secundária pontual. Esta descreve como um ponto isolado em uma *frente de onda* se comporta quando o *tempo* varia.

Derivamos a equação da onda-imagem a partir da metodologia desenvolvida na aplicação da teoria dos raios para a equação da onda. Tal metodologia está resumida abaixo. A idéia é separar a onda em suas partes cinemática e dinâmica, i.e., tempo de trânsito e amplitude. Assim, a partir da equação da onda, pode ser encontrada a equação iconal que descreve a cinemática da onda, isto é, a localização das frentes de onda. O procedimento se baseia na equação da onda acústica

$$p_{xx} + p_{zz} = \frac{1}{v^2} p_{tt}. \quad (1)$$

Uma solução aproximada da equação acima é obtida utilizando a candidata da teoria dos raios,

$$p(x, z, t) = p_0(x, z) f[t - T(x, z)]. \quad (2)$$

Aqui,  $f(t)$  é um pulso de máxima frequência supostamente fixo. As quantidades  $p_0(x, z)$  e  $T(x, z)$  representam o fator de amplitude e tempo de trânsito da onda. A candidata (2) é uma aproximação da solução da equação (1) em meios fracamente inomogêneos, onde o pulso pode mudar vagarosamente sua forma e amplitude ao longo de uma frente da onda  $t = T(x, z)$ . Sugerimos ao leitor interessado neste assunto procurar, por exemplo, o livro de Červený (2001).

Derivando a candidata (2) duas vezes em relação a  $x$ ,  $z$  e  $t$ , e substituindo os resultados na equação (1), temos

$$p_0 \left( T_x^2 + T_z^2 - \frac{1}{v^2} \right) f'' + (-2p_{0x}T_x - p_0T_{xx} - 2p_{0z}T_z - p_0T_{zz}) f' + (p_{0xx} + p_{0zz}) f = 0. \quad (3)$$

Uma solução é obtida zerando cada coeficiente das derivadas de  $f$  independentemente. A partir do coeficiente de  $f''$ , temos a equação iconal

$$T_x^2 + T_z^2 = \frac{1}{v^2}. \quad (4)$$

A solução desta equação para a condição inicial de uma fonte pontual em  $(x_0, z_0)$  no instante  $t_0$  é a chamada onda de Huygens,  $t = T(x, x_0, z_0)$ . Ela representa a localização  $z(x, t)$  da onda como o resultado de uma fonte pontual secundária em  $(x_0, z_0)$ . Tais fontes secundárias são excitadas a cada ponto de uma frente de onda se propagando. Para outras condições iniciais, a equação (4) descreve a cinemática de qualquer propagação de ondas.

Correspondentemente, a equação da onda-imagem em meios elipticamente isotrópicos a ser determinada tem uma equação iconal associada. Esta decreve a cinemática da propagação da onda-imagem, i.e., localiza as suas frentes de onda. Sua solução para uma fonte pontual pode ser chamada de onda-imagem de Huygens. Neste trabalho, ao contrário da ordem da abordagem acima, descrevemos primeiramente a onda de Huygens da onda-imagem. Posteriormente, obtemos a equação iconal por eliminação das constantes da condição inicial.

Finalmente, estabelecemos a equação da onda-imagem, sendo ela a equação diferencial parcial de segunda ordem mais simples com a propriedade de que a metodologia acima possa ser aplicada nela para reproduzir a equação iconal associada.

## 2.1 Parametrização dos meios elípticamente isotrópicos

Aqui estamos interessados na remigração em meios elípticamente isotrópicos. Estes são caracterizados por serem meios com simetria vertical. O seu tensor de elasticidade normalizado na densidade, i.e.,  $A_{ik} = C_{ik}/\rho$ , é dado por uma matriz da forma

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & 0 & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{11} & A_{13} & 0 & 0 & 0 \\ A_{13} & A_{13} & A_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{66} \end{pmatrix},$$

com as restrições

$$\begin{aligned} A_{12} &= A_{11} - 2A_{66}, \\ (A_{13} + A_{44})^2 &= (A_{11} - A_{44})(A_{33} - A_{44}). \end{aligned}$$

Desta forma, um meio com tal anisotropia é descrito por quatro parâmetros elásticos independentes.

Para fins de imageamento sísmico, o parâmetro do meio mais importante é a velocidade da propagação de ondas. Adicionamos aqui uma pequena discussão sobre a velocidade em meios com anisotropia elíptica. Mais detalhes sobre meios com anisotropia elíptica podem ser encontrados em Helbig (1983) ou Vanelle (2002). Nestes meios, o vetor velocidade de grupo da onda compressional ou quase-P (qP),  $\vec{v}$ , é dado por

$$\vec{v} = \left( \frac{A_{11}}{V} \sin \phi, 0, \frac{A_{33}}{V} \cos \phi \right),$$

onde  $\phi$  é o ângulo entre a normal à frente de onda e o eixo  $z$ , e

$$V = \sqrt{A_{11} \sin^2 \phi + A_{33} \cos^2 \phi}$$

é a velocidade de fase da onda.

Concluimos que o valor da velocidade de grupo varia com a direção de propagação de acordo com

$$||\vec{v}|| = v(\theta) = \frac{\sqrt{A_{11}^2 \sin^2 \phi + A_{33}^2 \cos^2 \phi}}{V} = \left[ \frac{\sin^2 \theta}{A_{11}} + \frac{\cos^2 \theta}{A_{33}} \right]^{-1/2}, \quad (5)$$

onde  $\theta$  é o ângulo entre o vetor da velocidade de grupo  $\vec{v}$  e o eixo  $z$ , chamado de ângulo de propagação. A relação entre  $\phi$  e  $\theta$  é dada pela seguinte equação (Vanelle, 2002)

$$\tan \theta = \frac{A_{11}}{A_{33}} \tan \phi.$$

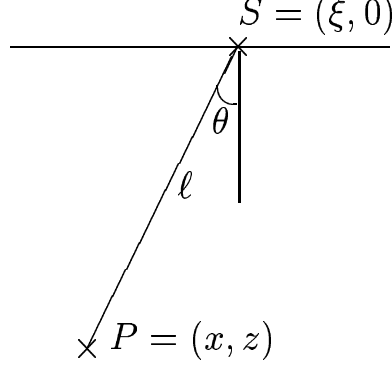


Figura 2: Representação gráfica do raio conectando a fonte  $S$  em  $(\xi, 0)$  e o ponto  $P = (x, z)$  no refletor sísmico.

Em função da anisotropia, as velocidades de propagação de uma onda na vertical e na horizontal são diferentes. Pela equação (5) podemos ver que as velocidades nas direções vertical ( $\theta = 0$ ) e horizontal ( $\theta = \pi/2$ ) são

$$v_v = \sqrt{A_{33}} \quad \text{e} \quad v_h = \sqrt{A_{11}}.$$

## 2.2 Geometria do levantamento sísmico

Analisamos a situação de um levantamento sísmico de afastamento nulo, onde o par coincidente de fonte e detector está localizado na superfície da terra ( $z = 0$ ) no ponto  $S = (\xi, 0)$  (Figura 2).

Sendo  $x$  e  $z$  as coordenadas de um certo ponto  $P$  no meio em questão e  $\ell$  a sua distância da fonte  $S$ , tal que  $\ell^2 = (x - \xi)^2 + z^2$ , o ângulo de propagação de uma onda que propaga de  $S = (\xi, 0)$  até  $P = (x, z)$ , satisfaz

$$\cos \theta = \frac{z}{\ell} \quad \text{e} \quad \sin \theta = \frac{x - \xi}{\ell}.$$

Para melhor visualização veja Figura 2.

Assim obtemos a representação alternativa da velocidade de propagação, que depende do ângulo de propagação, em função das coordenadas do ponto  $P$

$$v(x, z) = \ell \left[ \frac{(x - \xi)^2}{A_{11}} + \frac{z^2}{A_{33}} \right]^{-1/2} = \ell v_v [\varphi(x - \xi)^2 + z^2]^{-1/2}, \quad (6)$$

onde introduzimos o parâmetro  $\varphi = A_{33}/A_{11} = v_v^2/v_h^2$ .

Com os resultados desta pequena discussão sobre a velocidade de propagação nesses meios em função da direção, podemos descrever o tempo de trânsito  $T$  da onda emitida e registrada em  $S = (\xi, 0)$  e refletida em  $P$ . A partir da fórmula para a velocidade, sabemos que o tempo que uma onda leva quando parte de uma fonte e chega em um detector no mesmo ponto da fonte, é

$$T(\xi; x, z) = \frac{2\ell}{v(x, z)} = \frac{2}{v_v} [\varphi(x - \xi)^2 + z^2]^{1/2}. \quad (7)$$

O fator 2 se deve à observação na equação (5) que  $v(\theta) = v(\theta + \pi)$ , que implica que o tempo para a onda chegar ao ponto no refletor é o mesmo do ponto no refletor ao detector.

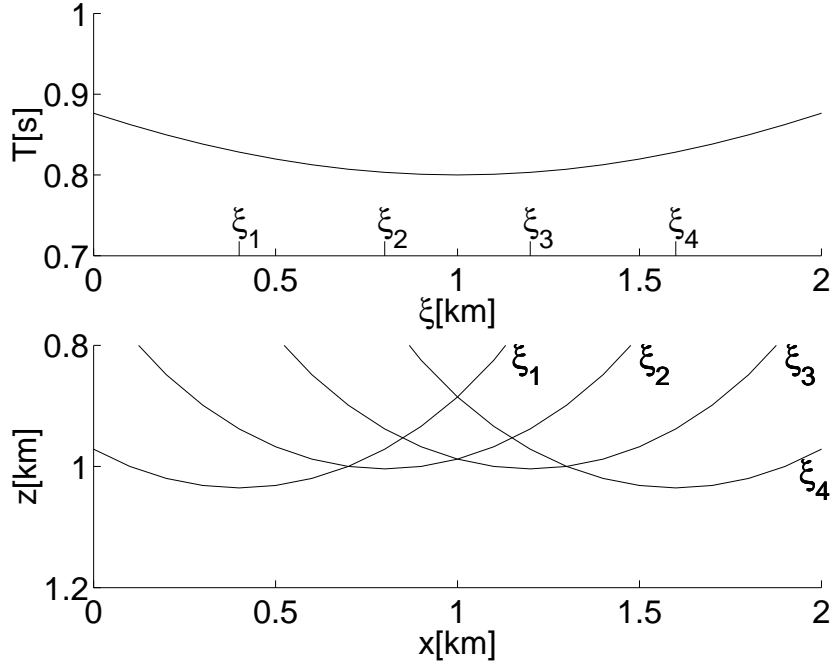


Figura 3: (a) Gráfico do tempo descrito pela equação (8) com  $x_0 = 1$  km,  $z_0 = 1$  km,  $\varphi_0 = 0.2$ ,  $\varphi = 0.8$  e  $v_v = 2.5$  km/s . (b) Família de curvas dada pela equação (9) com  $x_0 = 1$  km,  $z_0 = 1$  km,  $\varphi_0 = 0.2$  e  $\varphi = 0.8$  e o parâmetro  $\xi$  assumindo os valores 0.4 km, 0.8 km, 1.2 km e 1.6 km.

### 2.3 Remigração

A remigração tenta estabelecer uma relação entre dois meios de propagação de ondas sísmicas, tais que os levantamentos sísmicos resultariam nos mesmos dados. Um destes meios representa o modelo de velocidade errado usado originalmente para a migração. O outro representa o modelo atualizado no qual a nova imagem do refletor precisa ser construída.

Supomos que a migração original tenha sido realizado com um modelo caracterizado pela mesma velocidade vertical  $v_v$ , mas uma outra elipticidade  $\varphi_0$ . Neste meio, o mesmo tempo  $T$  da equação (7), consumido por uma outra onda refletida em outro ponto  $P_0 = (x_0, z_0)$  é dado por

$$T(\xi; x_0, z_0) = \frac{2\ell_0}{v(x_0, z_0)} = \frac{2}{v_v} [\varphi_0(x_0 - \xi)^2 + z_0^2]^{1/2}. \quad (8)$$

A Figura 3(a) mostra o tempo descrito pela equação (8) para um conjunto realístico de parâmetros  $(x_0, z_0, \varphi_0, v_v)$ . Adotamos a convenção de chamar o meio com elipticidade  $\varphi$  de meio  $M$ , e o meio com elipticidade  $\varphi_0$  de meio  $M_0$ .

**Onda-imagem de Huygens:** Para derivarmos a equação da onda-imagem, seguimos a metodologia proposta por Hubral et al. (1996a). Primeiramente, queremos achar todos o pontos  $P = (x, z)$  no meio  $M$  tais que o seu tempo de reflexão, descrito pela equação (7),

seja igual ao tempo de reflexão (8) do ponto  $P_0 = (x_0, z_0)$  no meio  $M_0$ . Em outras palavras, estamos interessados em localizar a chamada onda de Huygens para esta propagação da onda-imagem, i.e., o local da imagem  $z(x)$  no “instante”  $\varphi$ , que se “originou” no “instante”  $\varphi_0$  no ponto  $P_0$ . Para tal, igualamos os tempos  $T$  das equações (7) e (8), resultando em

$$F(x, z, \xi, \varphi) = \varphi(x - \xi)^2 + z^2 - \varphi_0(x_0 - \xi)^2 - z_0^2 = 0. \quad (9)$$

Esta equação representa uma família de curvas  $z(x; \xi)$  que, para um  $\xi$  fixo, conecta todos os pontos  $P$  no meio  $M$  que possuem o mesmo tempo de reflexão  $T(\xi; x, z)$  que  $P_0$  no meio  $M_0$ . Na Figura 3(b) vemos quatro curvas obtidas da equação (9) para diferentes valores de  $\xi$ .

O conjunto de pontos  $P$  tais que  $T(\xi; x, z)$  é igual a  $T(\xi; x_0, z_0)$  para *todo*  $\xi$  é dado pelo envelope desta família de curvas  $z(x; \xi)$ . Esta curva é a mencionada onda de Huygens da onda-imagem, uma vez que ela representa a imagem no meio  $M$  do ponto  $P_0$ . Sabemos que a condição de envelope da família de curvas é

$$\frac{\partial F}{\partial \xi} = 0,$$

que, substituída na equação (9), fornece a curva desejada. Derivando a equação (9), obtemos

$$\varphi(x - \xi) - \varphi_0(x_0 - \xi) = 0 \quad \Rightarrow \quad (\varphi - \varphi_0)\xi = \varphi x - \varphi_0 x_0.$$

Logo

$$\xi = \frac{\varphi x - \varphi_0 x_0}{(\varphi - \varphi_0)} = \frac{\alpha x - x_0}{\alpha - 1} = \frac{x_0 - \alpha x}{1 - \alpha}, \quad (10)$$

onde  $\alpha = \varphi/\varphi_0$ . De (9) concluímos que

$$z^2 = \varphi_0(x_0 - \xi)^2 + z_0^2 - \varphi(x - \xi)^2, \quad (11)$$

e (10) fornece

$$\begin{aligned} (x_0 - \xi)^2 &= \left[ x_0 - \frac{x_0 - \alpha x}{1 - \alpha} \right]^2 = \frac{\alpha^2}{(1 - \alpha)^2} (x - x_0)^2, \\ (x - \xi)^2 &= \left[ x - \frac{x_0 - \alpha x}{1 - \alpha} \right]^2 = \frac{1}{(1 - \alpha)^2} (x - x_0)^2. \end{aligned}$$

A substituição destas relações em (11) resulta em

$$\begin{aligned} z^2 &= z_0^2 + \varphi_0 \frac{\alpha^2}{(1 - \alpha)^2} (x - x_0)^2 - \varphi \frac{1}{(1 - \alpha)^2} (x - x_0)^2 \\ &= z_0^2 + \frac{\varphi \alpha}{(1 - \alpha)^2} (x - x_0)^2 - \frac{\varphi}{(1 - \alpha)^2} (x - x_0)^2 \\ &= z_0^2 - \frac{\varphi (x - x_0)^2}{1 - \alpha}, \end{aligned} \quad (12)$$

que pode ser reescrito como

$$z = \sqrt{z_0^2 + \varphi \varphi_0 \frac{(x - x_0)^2}{\varphi - \varphi_0}}. \quad (13)$$

A equação acima descreve a localização da onda de Huygens da onda-imagem para a condição inicial  $(x_0, z_0; \varphi_0)$ . Veja a Figura 4(a) para visualizar o formato do envelope das curvas dadas pela equação (9), ou seja a onda-imagem de Huygens. A Figura 4(b) mostra vários destes envelopes para diferentes valores de  $\varphi$ .

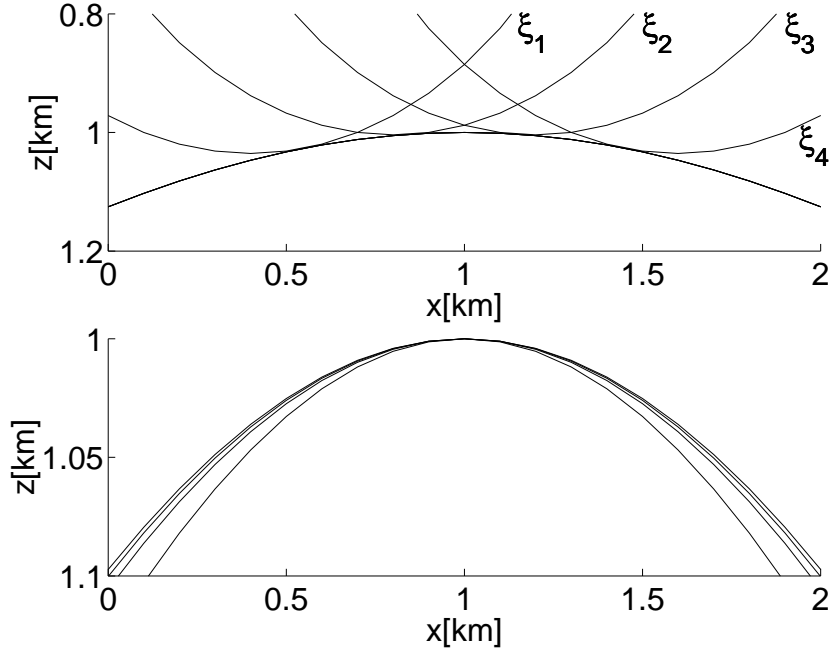


Figura 4: (a) Gráfico da família de curvas (9) com o seu respectivo envelope (13), com os parâmetros  $x_0 = 1$  km,  $z_0 = 1$  km,  $\varphi_0 = 0.2$  e  $\varphi = 0.8$ . (b) Gráfico das ondas-imagem de Huygens (13) com o parâmetro  $\varphi$  assumindo os valores 0.8, 2.0, 4.0 e 10.

**Equação iconal:** Agora queremos eliminar as constantes  $x_0$ ,  $z_0$  e  $\varphi_0$  da equação (13) em favor de derivadas, para então podermos descrever a propagação da onda-imagem para qualquer condição inicial arbitrária. Para isso variamos  $\varphi$ , ou seja, permitimos que  $\varphi = \Phi(x, z)$ . Então encontramos uma equação diferencial para  $\Phi$  cuja solução com as condições iniciais  $(x_0, z_0; \varphi_0)$  é a equação (13) resolvida por  $\varphi$ . Tal equação diferencial será a equação iconal da onda-imagem.

Derivando a equação (13) em relação a  $z$ , chegamos a

$$\begin{aligned}
 1 &= \frac{-1}{2z} \left[ \Phi_0 \Phi_z \frac{(x - x_0)^2}{\Phi - \Phi_0} - \Phi_0 \Phi \frac{(x - x_0)^2}{(\Phi - \Phi_0)^2} \Phi_z \right] \\
 &= \frac{-\Phi_z}{2z} \left[ \frac{(\Phi - \Phi_0) \Phi_0}{(\Phi - \Phi_0)^2} (x - x_0)^2 - \Phi_0 \Phi \frac{(x - x_0)^2}{(\Phi - \Phi_0)^2} \right] \\
 &= \frac{\Phi_z}{2z} \frac{\Phi_0^2 (x - x_0)^2}{(\Phi - \Phi_0)^2}.
 \end{aligned}$$

A partir das igualdades acima obtemos,

$$\frac{\Phi_0^2 (x - x_0)^2}{(\Phi - \Phi_0)^2} = \frac{2z}{\Phi_z}. \quad (14)$$

Diferenciação da equação (13) em relação a  $x$  resulta em

$$0 = \frac{-1}{2z} \left[ -\Phi_x \frac{\Phi_0^2 (x - x_0)^2}{(\Phi - \Phi_0)^2} + \Phi \Phi_0 \frac{2(x - x_0)}{\Phi - \Phi_0} \right] = \frac{-1}{2z} \left[ \frac{\Phi_x}{\Phi_z} 2z + 2\Phi \frac{\Phi_0 (x - x_0)}{\Phi - \Phi_0} \right],$$



e, portanto,

$$\frac{\Phi_x}{\Phi_z} = \frac{\Phi}{z} \left[ \frac{\Phi_0(x - x_0)}{\Phi - \Phi_0} \right].$$

Elevando ao quadrado e substituindo a equação (14), obtemos

$$\frac{\Phi_x^2}{\Phi_z^2} = \frac{\Phi^2}{z^2} \frac{2z}{\Phi_z} \Rightarrow \frac{\Phi_x^2}{\Phi_z^2} = \frac{2\Phi^2}{z\Phi_z}.$$

Simplificando a equação acima, chegamos à equação iconal da onda-imagem

$$\Phi_x^2 - \frac{2\Phi^2}{z}\Phi_z = 0. \quad (15)$$

**Equação da onda-imagem:** Agora queremos encontrar uma equação diferencial parcial tal que a equação acima seja a equação iconal associada. Para isso utilizamos a candidata correspondente à teoria dos raios

$$p(x, z, \varphi) = p_0(x, z)f[\varphi - \Phi(x, z)]. \quad (16)$$

Derivando a candidata (16) duas vezes com respeito a  $x$ , temos

$$\begin{aligned} p_{xx} &= \frac{\partial^2 p_0}{\partial x^2}(x, z)f(\varphi - \Phi(x, z)) - 2\frac{\partial p_0}{\partial x}(x, z)f'(\varphi - \Phi(x, z))\frac{\partial \Phi}{\partial x}(x, z) + \\ & p_0(x, z)f''(\varphi - \Phi(x, z))\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}(x, z)\right)^2 - p_0(x, z)f'(\varphi - \Phi(x, z))\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}(x, z). \end{aligned} \quad (17)$$

Correspondentemente, a derivada mista com respeito a  $z$  e  $\varphi$  é

$$p_{z\varphi} = \frac{\partial p_0}{\partial z}(x, z)f'(\varphi - \Phi(x, z)) - p_0(x, z)f''(\varphi - \Phi(x, z))\frac{\partial \Phi}{\partial z}(x, z). \quad (18)$$

Aplicando a metodologia inversa das equações (1)-(4), e observando os termos que multiplicam  $f''$ , devemos ter

$$p_{xx} + \frac{2\varphi^2}{z}p_{z\varphi} = 0, \quad (19)$$

para assim podermos reproduzir a equação iconal (15). Note que a equação acima é a mais simples que tem a propriedade desejada. Termos adicionais envolvendo as primeiras derivadas de  $p$  com respeito a  $x$ ,  $z$ , ou  $\varphi$  não alterariam a equação iconal associada e, portanto, também não o comportamento cinemático da solução. Como estamos interessados neste momento somente no comportamento cinemático correto da solução, podemos então optar por esta forma mais simples. Chamamos a equação (19) de *equação da onda-imagem em meios elípticamente isotrópicos*.

### 3 Conclusão

A variação da imagem de um refletor sísmico sob mudança do modelo de velocidade pode ser entendida de maneira análoga à propagação de uma onda (Fomel, 1994; Hubral et al., 1996a).

Neste trabalho, derivamos uma equação diferencial parcial de segunda ordem que funciona como equação da onda-imagem para remigração em profundidade em meios elipticamente isotrópicos sob a variação do parâmetro de elipticidade. Estudamos a cinemática da onda-imagem nestes meios para derivar a respectiva equação iconal. Invertendo a metodologia da teoria dos raios, esta nos fornece a desejada equação da onda-imagem em tal meio.

A propagação de uma imagem em função do parâmetro de elipticidade é muito desejável na sismica, uma vez que a velocidade de migração correta geralmente não é conhecida e migrações com vários valores dos parâmetros se tornam necessárias. O objetivo da equação da onda-imagem deduzida é possibilitar a determinação de um conjunto de imagens do subsolo correspondentes a diferentes valores do parâmetro utilizando a equação da onda-imagem ao invés de múltiplas migrações, com o intuito de escolher entre elas a geologicamente mais fidedigna.

Uma aplicação interessante desta equação é quando nas condições iniciais tem-se  $\varphi_0 = 1$ , ou seja, um meio isotrópico. Esta estratégia é interessante, pois a migração nestes meios já é bem conhecida. Desta forma, poderá-se aplicar a remigração para transformar a imagem migrada obtida em um meio isotrópico em uma imagem referente a um meio anisotrópico.

## Referências

- Červený, V. (2001). *Seismic Ray Theory*. Cambridge University Press.
- Fomel, S. (1994). Method of velocity continuation in the problem of seismic time migration. *Russian Geology and Geophysics*, 35(5):100–111.
- Helbig, K. (1983). Elliptical anisotropy—its significance and meaning. *Geophysics*, 48:825–832.
- Hubral, P., Tygel, M., and Schleicher, J. (1996a). Seismic image waves. *Geophys. J. Internat.*, 125:431–442.
- Hubral, P., Tygel, M., and Schleicher, J. (1996b). A unified approach to seismic reflection imaging – part I: Basic concepts. *Geophysics*, 61:742–758.
- Jaya, M. (1997). *Imaging reflection seismic data using the method of velocity continuation*. PhD thesis, Universität Karlsruhe (TH).
- Vanelle, C. (2002). A tutorial on elliptical anisotropy. *Annual WIT Report*, 6:267–275.