

## A GRAMÁTICA DOS ORNAMENTOS E A CULTURA ARICA

Rodney C. Bassanezi

e

M. Salett B. Faria

### RELATÓRIO TÉCNICO Nº 08/87

**RESUMO:** Verificar se há alguma relação entre as diferentes etapas culturais de um povo e a matemática de seus ornamentos pode não ser muito simples e qualquer resposta obtida não deve ir além de conjecturas. Entretanto, do ponto de vista do ensino-aprendizagem de matemática este exercício pode ser muito gratificante.

A finalidade deste trabalho é mostrar ao professor de 1º e 2º graus uma alternativa para se ensinar as simetrias planas, observando e analisando os ornamentos encontrados ao seu redor.

Universidade Estadual de Campinas  
Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação  
IMECC – UNICAMP  
Caixa Postal 6065  
13.081 - Campinas, SP  
BRASIL

O conteúdo do presente Relatório Técnico é de única responsabilidade do autor.

Fevereiro – 1987

## A GRAMÁTICA DOS ORNAMENTOS E A CULTURA ARICA

Rodney C. Bassanezi

M. Salett B. Faria

"O que há de realmente valioso nesta epopéia da vida humana, não me parece ser o Estado, mas sim o indivíduo humano, criador e sensível, a humana personalidade, só ela cria coisas sublimes e nobres ao passo que o rebanho como tal, permanece obtuso em seu pensar e em seu agir". (Einstein)

### 1. APRESENTAÇÃO

Situada no extremo norte do Chile, fazendo limite com Peru, Bolívia e Oceano Pacífico, está a região de Arica, caracterizada pelos seus vales transversais e seu comércio intensivo. Seu povo adaptado à região inóspita fala de catástrofes eminentes como maremotos e terremotos com tanta naturalidade como se estivessem gosando do visitante desprevinido. O homem aprendeu ao longo dos séculos a conviver harmoniosamente com a aridez de um deserto escaldante e de um mar quase sempre gelado. Seu sustento é tirado dos vales irrigados artificialmente com a pouca água proveniente do degelo da cordilheira e do mar que generosamente lhe oferece uma grande variedade de peixes e mariscos. Quase nunca chove e o pouco verde que se encontra é cultivado como um símbolo da vitória do homem sobre os elementos da natureza. Região fronteira, Arica é cobiçada por bolivianos que a vêem como a única saída para o mar e por peruanos que a perderam numa guerra cruenta. Talvez tudo isso faça com que seu povo a ame tanto e viva intensamente como se cada dia passado fosse o último.

Arica é caracterizada por três diferentes áreas ecológicas: A *costa* compreendendo o litoral, a cordilheira da costa, os vales baixos e transversais e a depressão intermediária, integrando uma faixa de apenas 60 km de largura onde se encontram extremas condições de aridez. As únicas possibilidades de vida estão nas estreitas margens da costa, nos vales baixos e no litoral que, com sua riqueza marítima, foi sempre de grande importância para a fixação do homem.

A *serra* é o segundo piso ecológico. Ocupa a parte central do território e é composto pelo maciço montanhoso da cordilheira dos Andes Central

que faz o papel de divisor de águas da bacia ao Pacífico e outras bacias do altiplano. Nesta parte encontra-se alguma vegetação especialmente adaptada ao clima e à altura. É neste piso que estão dispostos os maiores recursos hídricos, mantenedores desta agricultura.

A Puna situa-se na parte oriental da cordilheira central porém, apesar de dispor de maior quantidade de água, não é possível aproveitá-la na agricultura uma vez que o extenso período de noites geladas impede o crescimento de qualquer tipo de planta. A altitude média deste território é de 4.400 m.

O homem ocupou estas três regiões diferenciadas desde o final do período pleistoceno e começo do holoceno, há uns 10.000 anos, aproveitando da melhor forma os poucos recursos disponíveis, adaptando-se através de um processo que lhe permitiu o desenvolvimento de uma cultura de expressões próprias. Assim, grupos humanos que viviam na costa, serra e altiplano através de um intercâmbio permanente e secular produziram como síntese a expressiva Cultura Arica.

Entre os componentes da cultura andina as vestimentas e adornos sempre ocuparam papel de destaque com suas raízes pré-hispânicas. O tecido era considerado como a arte maior e sua importância ia muito além da proteção contra as condições climáticas desfavoráveis. Sua influência era preponderante no contexto econômico, social, político e principalmente religioso.

Embora as variedades das vestimentas e adornos quase sempre reflitam as diferenças sociais de um povo, podemos supor, e há indícios para crer, que a tecelagem e sua expressão matemática possa ser reflexo da variedade de grupos étnicos coexistentes na mesma região em diversas épocas.

A questão com que abrimos este ensaio é se há alguma relação entre as etapas culturais de um povo e a complexidade matemática de seu artesanato encontrada em sua tecelagem ou objetos de adorno. Seria possível visualizar a influência de uma cultura em outra através de suas tecelagens?

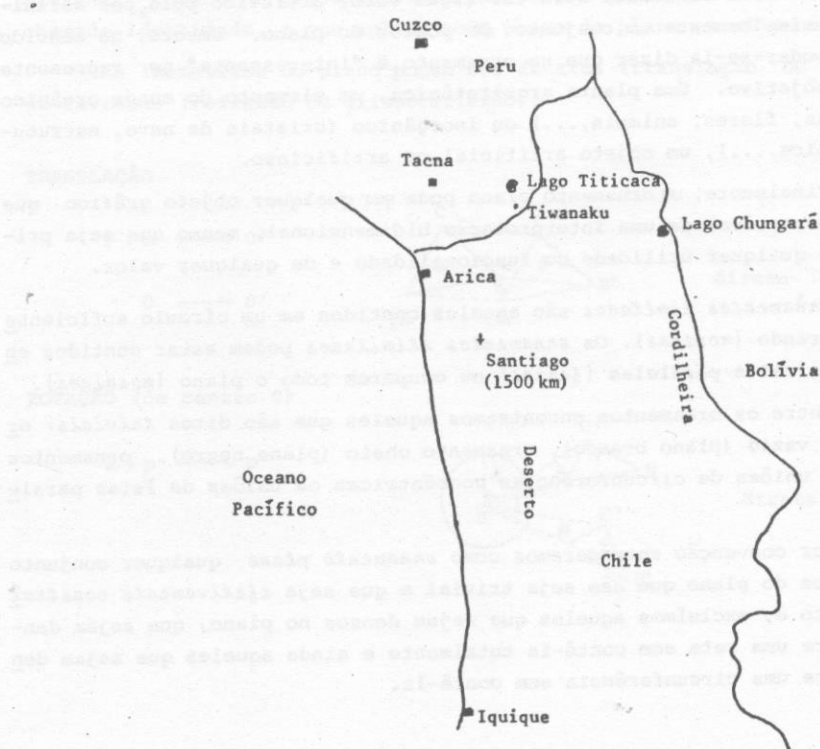
A primeira vista parece-nos, que as respostas a estas questões não são tão simples; o que faremos é simplesmente analisar, ainda que de maneira um tanto superficial, as características matemáticas via simetrias dos ornamentos encontradas nos tecidos do grupo andino que habitava a

região de Arica, no período de 8000 A.C. a 1535 d.C.

As condições especiais do clima e solo possibilitaram a conservação de restos orgânicos dos tecidos que atualmente são encontrados no mu seu San Miguel de Azapa da Universidade de Tarapacá.

Para uma primeira análise dos ornamentos nos restringiremos somente a sua forma e construtividade não levando em conta as cores utilizadas. Por simplicidade, tomaremos também todos os objetos como sendo planificados.

Do ponto de vista matemático, os ornamentos planos podem ser classificados segundo sua limitação ou não e as simetria que proporcionam sua construtividade. Damos a seguir um resumo da "Gramática dos Ornamentos Planos".





## 2. A GRAMÁTICA DOS ORNAMENTOS

*Ornamento* é uma parte do plano. Como o plano é um conjunto de pontos, podemos dizer que um ornamento é um conjunto de pontos. Por comodidade os pontos de um ornamento serão considerados negros, em contraste com o resto do plano branco, portanto do ponto de vista matemático não tem sentido classificar ornamentos levando em conta outras "cores".

Consideramos um ornamento somente as partes do plano que são "efetivamente construíveis", no sentido que quando se escolhe uma zona limitada do plano, um operador, mediante uma sequência finita de operações, constroi a parte do ornamento contida nela. Por exemplo, não se pode "construir" um ornamento que contenha infinitos pontos de qualquer segmento de reta e ao mesmo tempo não contenha infinitos pontos de qualquer segmento da mesma reta.

Nem todo ornamento deve ter algum valor artístico pois, por definição, é simplesmente um conjunto de pontos do plano. Embora, no sentido usual poder-se-ia dizer que um ornamento é "interessante" se representa algum objetivo. Uma planta arquitetônica, um elemento do mundo orgânico (plantas, flores, animais,...) ou inorgânico (cristais de neve, estrutura atômica,...), um objeto artificial ou artificioso.

Finalmente, um ornamento plano pode ser qualquer objeto gráfico que seja susceptível de uma interpretação bidimensional, mesmo que seja privado de qualquer utilidade ou funcionalidade e de qualquer valor.

*Ornamentos limitados* são aqueles contidos em um círculo suficientemente grande (*rosetas*). Os *ornamentos ilimitados* podem estar contidos entre duas retas paralelas (*faixas*) ou ocuparem todo o plano (*mosaicos*).

Entre os ornamentos encontramos aqueles que são ditos *triviais*: ornamento vazio (plano branco), ornamento cheio (plano negro), ornamentos que são uniões de circunferências concêntricas ou uniões de retas paralelas.

Por convenção entenderemos como *ornamento plano* qualquer conjunto de pontos do plano que não seja trivial e que seja *efetivamente construível*, isto é, excluimos aqueles que sejam densos no plano, que sejam densos sobre uma reta sem contê-la totalmente e ainda aqueles que sejam densos sobre uma circunferência sem contê-la.

## CLASSIFICAÇÃO DOS ORNAMENTOS

Os ornamentos efetivamente construíveis podem ser classificados me diante seus *grupos de simetria*. Uma simetria é um movimento rígido do plano (ou uma isometria) que leva o ornamento sobre si mesmo.

- Se duas isometrias deixam invariante um ornamento, o mesmo acontece com seu produto, isto é, quando a operação efetuada é uma isometria seguida da outra.

- Se uma isometria deixa o ornamento invariante, o mesmo acontece com a isometria inversa.

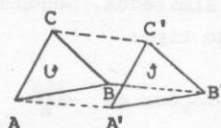
Estas duas propriedades tornam o conjunto das simetrias um *grupo*, denominado *grupo das simetrias de um ornamento*. Teremos um *ornamento assimétrico* quando o grupo de simetrias contém somente a isometria nula, chamada identidade, e que aplica todo ponto do plano em si mesmo.

As isometrias do plano podem ser *diretas* (translação ou rotação) ou *inversas* (reflexão ou glissoreflexão).

## TRANSLAÇÃO

$$T: O \longrightarrow O'$$

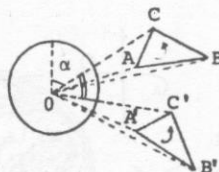
$$O \longrightarrow O'$$



direta

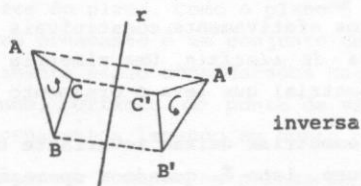
## ROTAÇÃO (de centro O)

$$R: p \longrightarrow p''$$

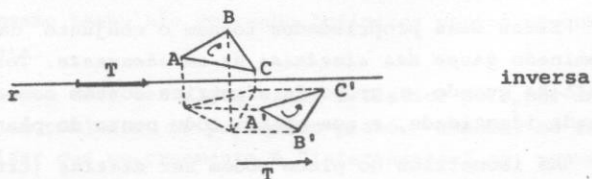


direta

## REFLEXÃO (eixo r)

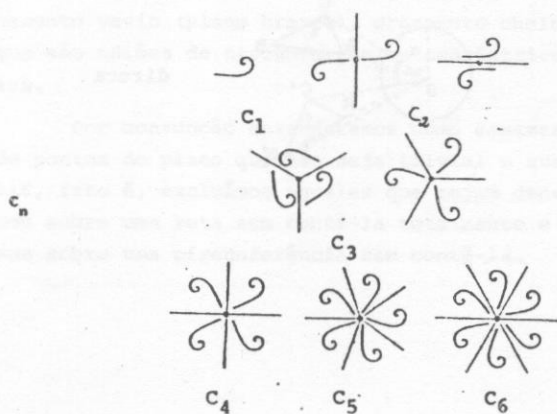


## GLISSOREFLEXÃO (reflexão e translação)

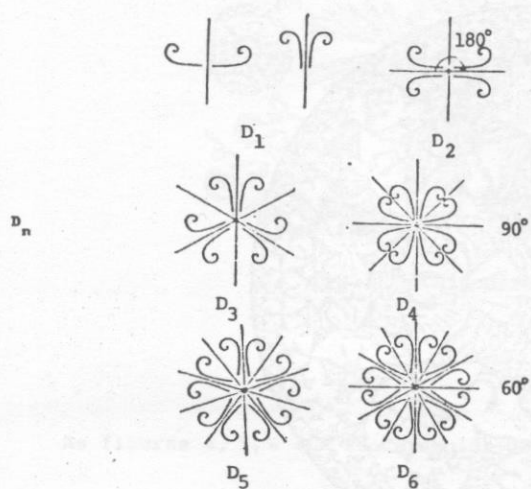


ROSETAS. São ornamentos em que se verificam somente translações nulas e neste caso são sempre limitados. Segundo a isometria presente no grupo, as rosetas podem ser do tipo:

(a)  $C_n$  : rotações de  $\frac{360^\circ}{n}$



(b)  $D_n$  : reflexões em eixos concorrentes de  $\frac{360^\circ}{n}$



Exemplos de ornamentos limitados



fig. 1



fig. 2

As figura 1 e 2 são rosetas com rotações de  $120^\circ$  ( $1/3$  de giro)

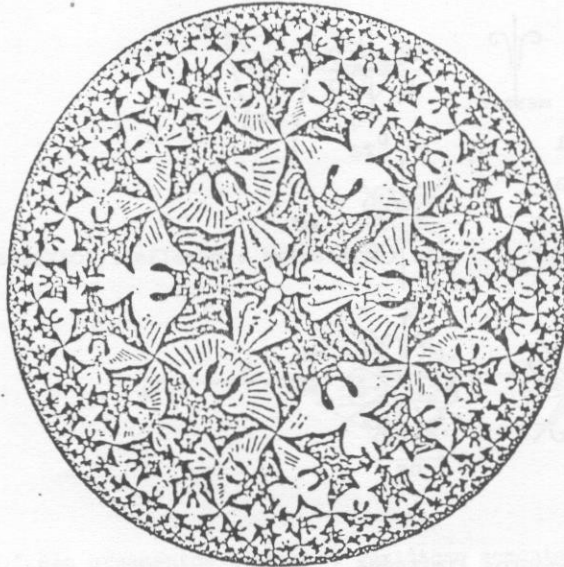


fig. 3

A figura 3 de M. C. Escher tem a mesma simetria de um triângulo equilátero, além de admitir rotação de  $120^\circ$  tem reflexões ao longo de três retas distintas.



fig. 4



fig.5(girânio)



fig.6

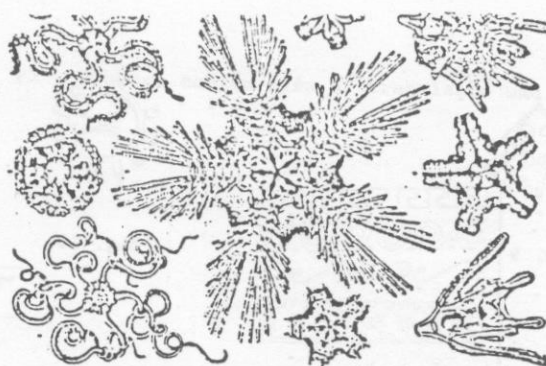


fig. 7 (Echinoderma)

As figuras 4, 5, 6 e 7 são exemplos de simetrias pentagonais (giro de  $72^\circ$ )

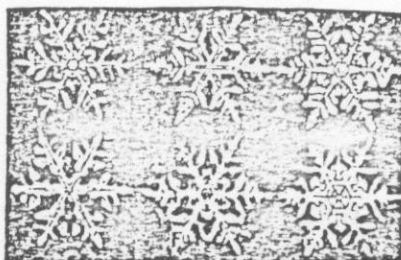


fig. 8 (Cristais de Neve)

Os critais de neve (fig. 8) possuem simetria exagonal (giro de  $60^\circ$ )





fig. 9

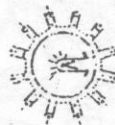


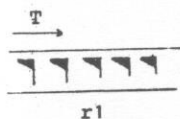
fig. 10

As figuras 9 e 10 que representam plantas arquitetônicas, são exemplos de reflexões simples do tipo  $C_2$ .

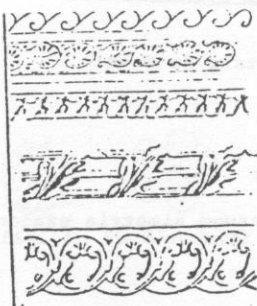
**FAIXAS.** Um ornamento do tipo faixa é uma figura ilimitada compreendida entre duas retas paralelas onde existe uma translação não nula que a deixa invariante.

Existem 7 tipos possíveis de grupos de simetria para um ornamento em faixa.

- (1)  $r_1$  - O grupo contém somente translação

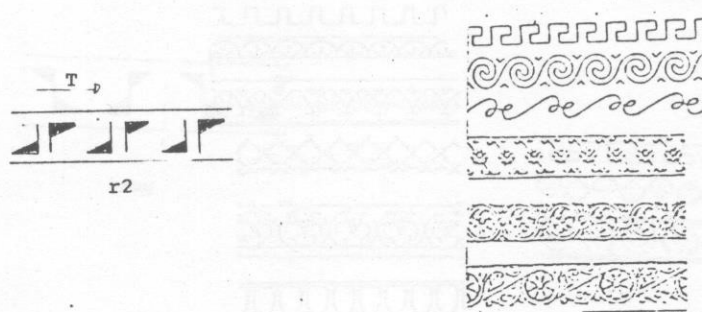


r1



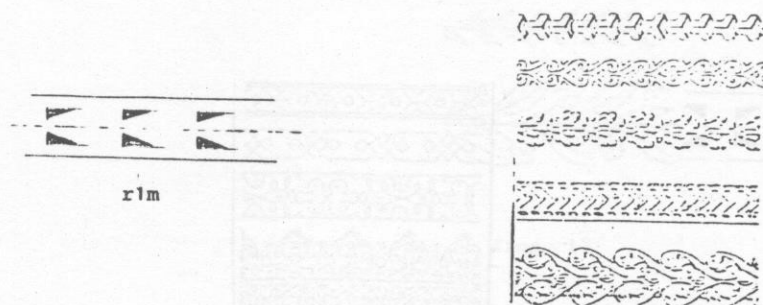
figs. 11

- (2)  $r_2$  - O grupo contém além da translação uma rotação de  $180^\circ$



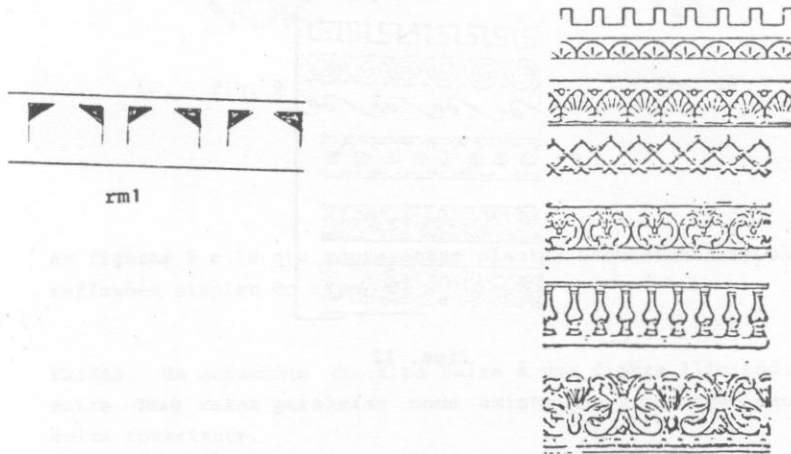
figs. 12

- (3)  $r_{1m}$  - O grupo contém além da translação, uma reflexão com eixo paralelo à direção da translação:



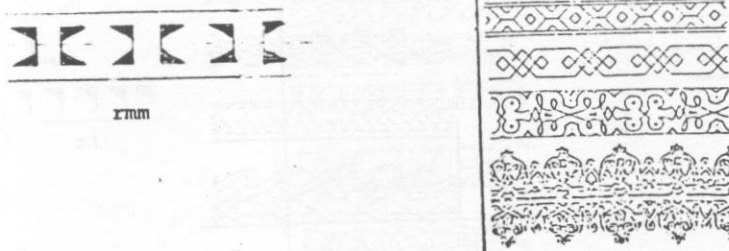
figs. 13

- (4)  $rm1$  - O grupo contém translações e reflexões com eixo perpendicular à direção da translação



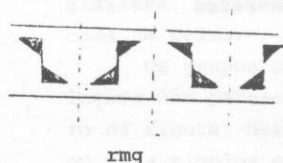
figs. 14

- (5)  $rmm$  - O grupo contém translações e reflexões com eixos paralelo e perpendicular à direção de translação

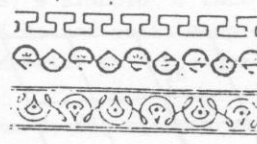


figs. 15

(6)  $rmg$  - O grupo contém translações, rotações e reflexões com eixos perpendiculares ao eixo do ornamento e passando pelo ponto médio do segmento que coliga dois centros



rmg

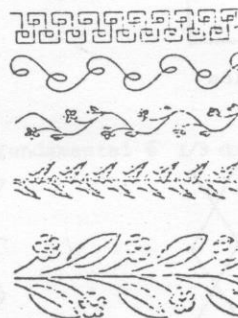


figs. 16

(7)  $rg$  - O grupo contém translações e glissoreflexões



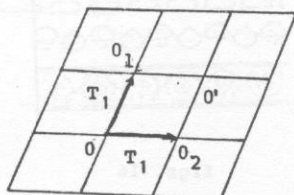
rg



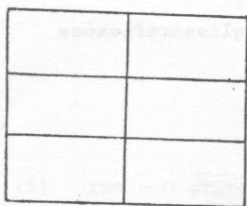
figs. 17

## MOSAICOS

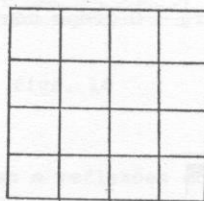
Um *ornamento a mosaico* é uma figura ilimitada do plano onde existem duas translações não paralelas que a deixam invariante. Chamamos de *rede* o subconjunto do plano que é imagem de um ponto fixado  $O$  sob a ação das duas translações. Existem cinco tipos fundamentais de redes



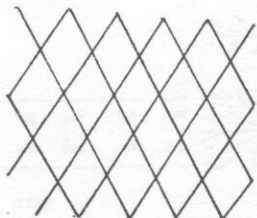
rede de paralelogramos



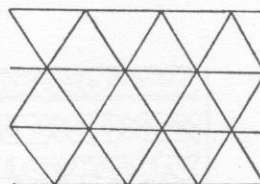
rede de retângulos



rede de quadrados



rede de losangos



rede de triângulos equiláteros

Assimetrias da rede são sempre translações que a definem.

Para se efetuar a classificação de um mosaico devemos levar em consideração a *região fundamental* do grupo, isto é, a menor parte de uma figura que gera todo o mosaico.

Os grupos de simetria de um mosaico são denominados *Grupos Cristalográficos*. Existem 17 tipos destes grupos e a seguir damos um esquema de cada um deles:

Os grupos  $pn$  ( $n=1,2,3,4,6$ ) são aqueles que contêm, além das translações não paralelas, também rotações; o símbolo  $n$  indica o valor do giro da figura. Assim, em  $p1$  o giro é de uma volta completa, este é o grupo mais simples e está contido nos demais. Em  $p2$  o giro é de  $1/2$  volta, em  $p3$  de  $1/3$  de volta, etc.

Segue-se os esquemas de cada um destes cinco grupos possíveis



A região fundamental é o próprio paralelogramo que compõe a rede.

rotação de  $360^\circ$



A região fundamental é metade do paralelogramo da rede.

rotação de  $180^\circ$



A região fundamental é  $1/3$  do paralelogramo da rede.

rotação de  $120^\circ$



A região fundamental é  $1/4$  do quadrado da rede.

rotação de  $90^\circ$





A região fundamental é  $1/6$  do paralelogramo da rede.

rotação  $60^\circ$

Obtemos outros mosaicos se incluímos no grupo  $p_1$  uma isometria de reflexão ou de glissoreflexão. Neste caso temos três mosaicos distintos:

$pm$ : Contém além das translações, reflexões com eixos paralelos.



A região fundamental é metade do retângulo da rede.

$pg$ : Contém além das translações, glissoreflexões com eixos de deslizamentos paralelos.



A região fundamental é metade do retângulo da rede.

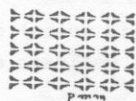
$cm$ : Contém reflexões e glissoreflexões (além das translações não paralelas).



A região fundamental é metade do losango da rede.

Agora, combinando os grupos  $pm$ ,  $pg$  e  $cm$  obtemos mais quatro novos grupos cristalográficos:

**pmm** : Reflexões tendo eixos perpendiculares. É obtido quando se aplica duas vezes **pm**.



A região fundamental é  $1/4$  do retângulo da rede.

Observamos que a aplicação de duas reflexões com eixos perpendiculares é uma rotação de  $180^\circ$ .

**pgg** : Glissoreflexões com eixos de deslismamentos perpendiculares. É obtido aplicando duas vezes **pg**.



A região fundamental é  $1/4$  do retângulo da rede.

**pmg** : Contém uma glissoreflexão com eixo perpendicular ao da reflexão. É o mesmo que uma rotação cujo centro pertence ao eixo de deslocamento. É obtido aplicando-se **pm** e **pg**.



A região fundamental é  $1/4$  do retângulo da rede.

**cmm** : Contém reflexões e glissoreflexões com eixos perpendiculares aos anteriores. É obtido aplicando-se duas vezes **cm**.



A região fundamental é  $1/4$  do losango da rede.

Combinando rotações com reflexões e glissoreflexões obtemos o restante dos grupos cristalográficos:

**p4m** : Contém rotações de  $90^\circ$  ( $1/4$  de volta) e de  $180^\circ$  (meia volta) cujos centros estão, respectivamente, sobre os eixos de reflexão e de glissoreflexão.

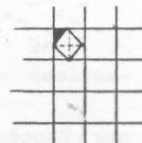


A região fundamental é  $1/8$  do quadrado da rede.

**p4g** : Contém rotações de  $1/4$  e  $1/2$  voltas e cujos centros estão, respectivamente sobre os eixos de deslizamento e de reflexão.



A região fundamental é  $1/8$  do quadrado da rede.



**p31m** : Contém rotações de  $1/3$  de volta e reflexões com eixos paralelos aos lados do triângulo equilátero que gera a rede.



A região fundamental é  $1/6$  do paralelogramo da rede.

**p3m1** : Contém rotações de  $1/3$  de volta e reflexões com eixos paralelos à altura dos triângulos equiláteros que geram a rede.



A região fundamental é  $1/6$  do paralelogramo da rede.

$p6m$  : Contém além das rotações de  $1/6$  de volta também reflexões e glissoreflexões com eixos passando, respectivamente, pelos centros de  $120^\circ$  e  $180^\circ$ .



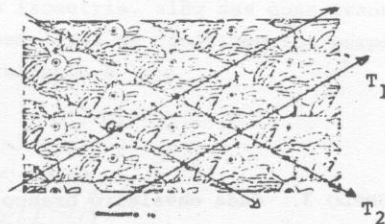
A região fundamental é  $1/12$  do paralelogramo da rede.

Como exemplos de mosaicos daremos a seguir alguns ornamentos construídos por Escher.

#### EXEMPLO 1.



ORNAMENTO 1a



figs. 18

Os ornamentos 1a e 1b são obtidos com a repetição do motivo que compõe cada paralelogramo da rede (região fundamental). O paralelogramo construído depende do ponto  $O$ , arbitrariamente fixado.

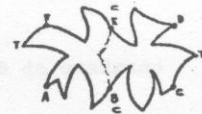
Como os ornamentos são constituídos de apenas duas translações (não paralelas), o grupo cristalográfico é um  $p1$ .

EXEMPLO 2. O ornamento é composto de dois motivos que se repetem.

Observamos por exemplo que para passar de um pássaro (branco) para o outro no mesmo retângulo é necessário um giro de  $180^\circ$ . Logo o ornamento é constituído das translações não paralelas e das rotações de  $1/2$  volta. O grupo cristalográfico é portanto um  $p2$ . A região fundamental ocupa metade do retângulo da rede.



fig. 19



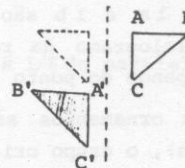
elemento gerador do ornamento.

EXEMPLO 3. Cada cavaleiro branco é glissoreflexado em um preto.

Admite como isometria duas translações não paralelas e glissoreflexões de eixos paralelos. Seu grupo cristalográfico é um  $pg$ :



fig. 20



EXEMPLO 4. Este ornamento admite como simetria rotações de  $1/4$  de volta e de  $1/2$  volta. Em todo centro de rotação de  $1/2$  volta passam dois eixos de reflexões perpendiculares entre si. O grupo cristalográfico é um  $p4g$

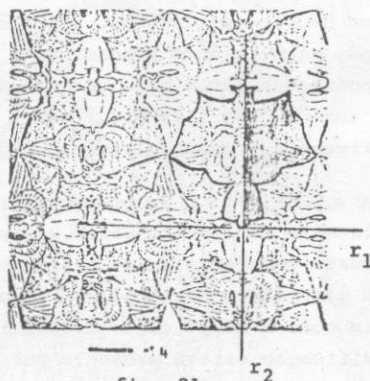


fig. 21

EXEMPLO 5. Este ornamento admite como isometria, além das duas translações não paralelas, glissoreflexões com eixos de deslizamentos perpendiculares. O grupo cristalográfico do ornamento é  $pgg$



fig. 22



### 3. PERÍODOS HISTÓRICOS CULTURAIS DO GRUPO ANDINO DE ARICA

Os períodos históricos do grupo que habitou a região andina de Arica foram classificados pelos diferentes aspectos do tipo de vida que levavam. O que se pode notar, entretanto, é que pouca atenção é dispensada ao aspecto dos ornamentos e tecelagem embora em cada uma das etapas predominassem tipos diversos dos padrões utilizados. Segundo o estágio cultural do grupo, temos o período *arcaico* onde predominaram a caça e a colheita de recursos naturais espontâneos (8000 a.C. a 1000 a.C.) e o período agromarítimo e pastoril (1000 a.C. a 1500 d.C.) que é subdividido em quatro etapas: Formativo, Tiwanaku, Desenvolvimento Regional e Inca.

**PERÍODO ARCAICO** (Entre 8000 a.C. a 1000 a.C.). As manifestações artísticas dos caçadores que habitavam o planalto central tenderam a diminuir com o desenvolvimento cultural da costa onde estavam os pescadores. Os grupos de pescadores desenvolveram atividades tecnológicas vinculadas a subsistência e aos aspectos rituais como a mumificação artificial. A prática funerária fazendo uso de mumificação esteve presente por quase 4000 anos na zona costeira sendo a única evidência desta técnica na América e a mais antiga do mundo.

Durante os últimos milênios a.C. verifica-se um aumento da população na serra e altiplano com o início de uma agricultura rudimentar enquanto que na costa ocorre uma diminuição do processo de mumificação artificial e surgem os primeiros têxteis e adornos com penas e fibras vegetais (figs. 23 e 24).

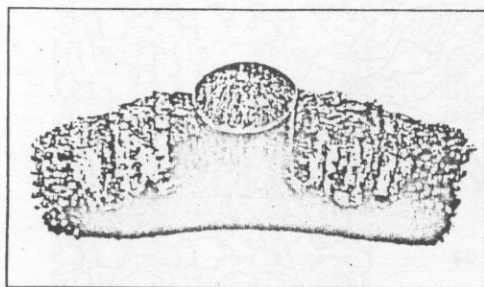


fig 23 - Touca (fibra vegetal e penas) -  
Período Arcaico  
Coleção: Museu S. Miguel de Azapa

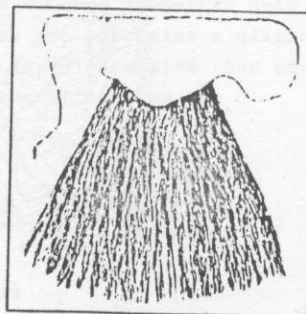
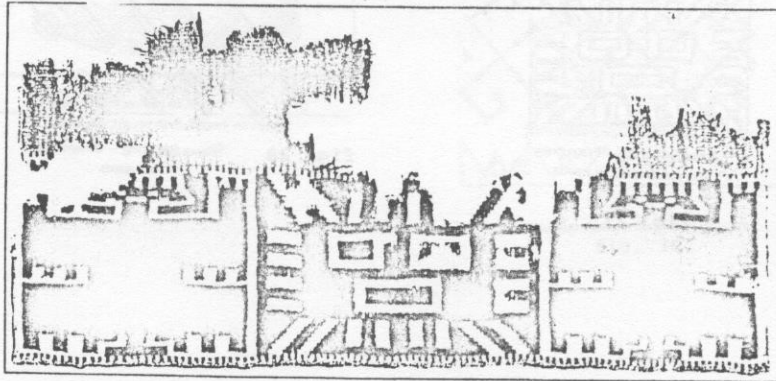


fig. 24 - Faldellín (tanga)  
Período Arcaico,  
Museu S. Miguel de Azapa



Figura Personagens do Período Formativo.  
Esboço: Jose Pérez de Arce.



PERÍODO FORMATIVO  
(1000 a.C. - 300 d.C.)

As penas distribuídas segundo sua coloração dão a idéia rudimentar de distribuições em faixas monocromáticas (fig. 23).

**PERÍODO FORMATIVO (1000 a.C. a 300 d.C.).** É o período de transição entre os estágios de caça-recoletores marítimos e agromarítimos-pastoril. caracterizado principalmente pela estabilização do homem em aldeias.

As primeiras vasilhas são encontradas neste período, e não possuem qualquer decoração em suas superfícies lisas. Peças decorativas pequenas e utilitárias (anzóis e colheres) de metais (ouro, cobre e prata) também são confeccionadas. Entretanto, a tecnologia têxtil, que até então se restringia ao uso de fibras vegetais, vê-se inovada com o uso de lã e o aparecimento dos primeiros *motivos ornamentais* na tecelagem.

A zona mais rica em ornamentos, manifestados principalmente nos tecidos e cestas, situa-se nos vales e sua fase cultural é denominada Alto Ramirez.



fig. 25 Faixa tipo rml - Fragmento de barra de manto.

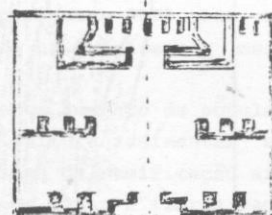


fig. 26 Roseta tipo D<sub>1</sub> - Fragmento de uma manta.



Roseta tipo D<sub>1</sub> - Fragmento de um barrado de manta.

fig. 27



fig. 28 Faixa tipo rmg - Ornamento do gorro.

Os ornamentos encontrados neste período são dos tipos rosetas e faixas, usados principalmente nos gorros e mantas.

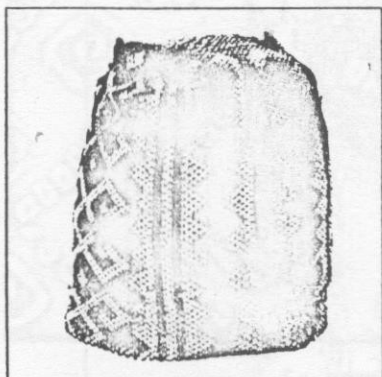
Os motivos dos ornamentos são ainda bem simples e a simetria predominante é a reflexão com eixo perpendicular.

PERÍODO TIWANAKU (300 - 1100 d.C.). Neste período o intercâmbio entre os habitantes do litoral, dos vales e dos altiplanos intensifica-se. A agricultura passa a ser melhor explorada e expandida nos vales da zona de Arica.

Na arte, observa-se o aparecimento de cores nas cerâmicas onde os desenhos simples são traços negros sobre fundo vermelho. Mais tarde, ainda neste período, incorpora-se a cor branca com traços mais nítidos.

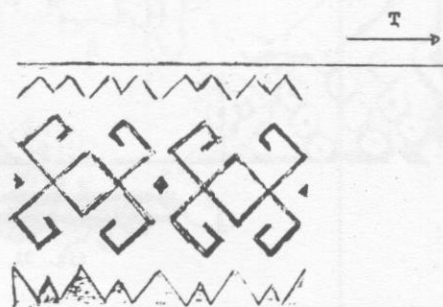
Todo o sistema de intercâmbio era feito em caravanas de Ihamas, o único animal andino domesticado capaz de transportar carga. Destes animais também aproveitava-se a lã para a confecção de tecidos, cujas cores características da época eram o vermelho, o verde e o azul.

Na tecelagem aparecem os primeiros mosaicos.



gorro de 4 pontas de lã  
Coleção: Museu de S. Miguel de Azapa.

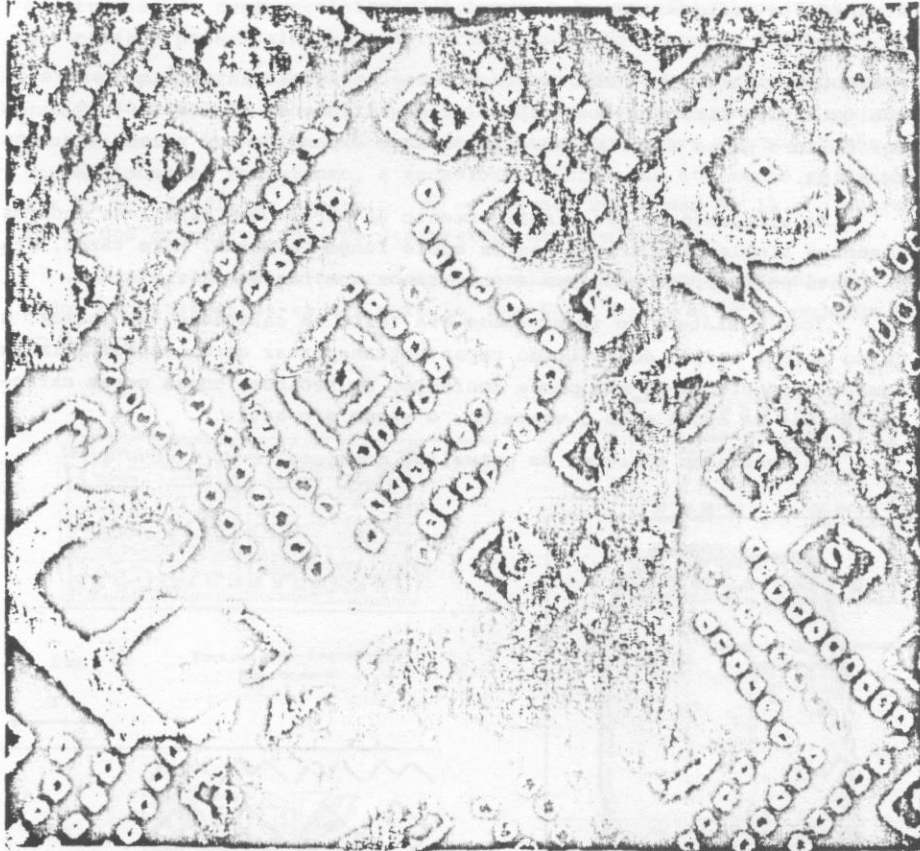
fig. 29



Faixa do tipo rmm - Detalhe de um gorro

fig. 30

Os ornamentos dos gorros são compostos de faixas com motivos variados, e nas vestimentas aparecem mosaicos (coloridos) onde elementos geradores são costurados um a um (fig. 31).



Mosaico do tipo p4m - Tela de lã. Período Tiwanaku.  
Coleção: Museu de S. Miguel de Azapa.

fig. 31

As simetrias predominantes do período são rotação (rosetas) e reflexão nas faixas e mosaicos.



PERÍODO DESENVOLVIMENTO REGIONAL (1100 - 1470 d.C.). Com a decadência de Tiwanaku do altiplano surgiram outras formas de influências nas terras altas de Arica. Nota-se a semelhança dos desenhos negros sobre fundos que vão do creme ao vermelho nas cerâmicas.



Figura 32 - Personagens do Período Desenvolvimento Regional.  
Esboço: Jose Pérez de Arce.



Neste período, na costa de Arica, a densidade demográfica é grande ocupando os vales e o litoral. A economia é mista: agricultura e pesca. Os territórios começam a ser demarcados e aparecem algumas construções defensivas (pukaras) sugerindo uma separação entre os habitantes da costa e do altiplano. No entanto, o intercâmbio econômico entre as regiões continua.

Os motivos dos ornamentos das cerâmicas são mais ricos. Nos tecidos se evidencia um conteúdo ideológico e seus ornamentos são bastante elaborados expressando figuras de animais (fig. 33).

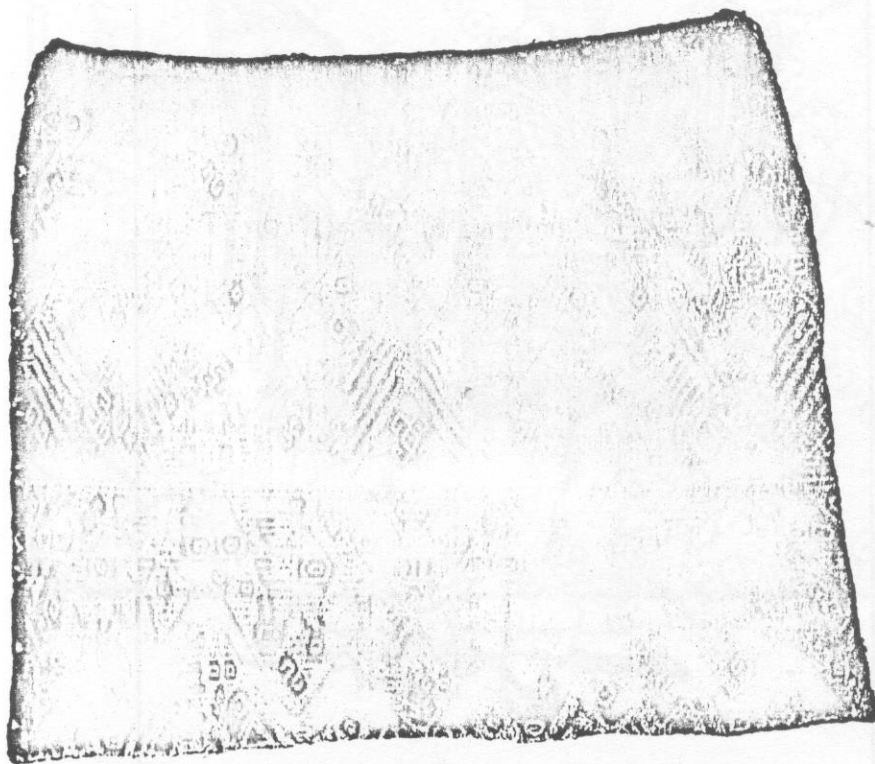
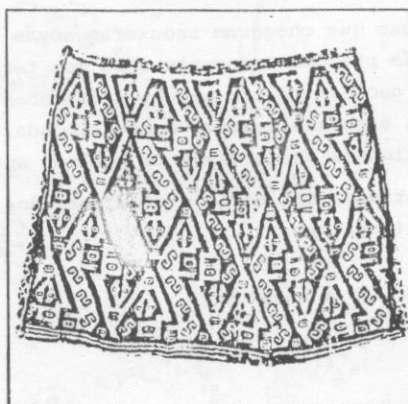


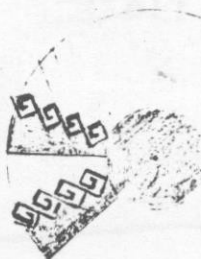
Figura 33 — Mosaico do tipo  $p_0$  (com elemento gerador na forma de condór de asas abertas entremeados de animais menores). Observamos que, em cada faixa do mosaico, a coloração é alternada. Bolsa "chuspa" de Ili. Coleção: Museu San Miguel de Azapa.



Elemento Gerador

Bolsa "chuspa" (■) período Desenvolvimento Regional  
Coleção: Museu San Miguel de Azapa.

fig. 34



Roseta tipo  $C_8$  - Gorro (Fig. 32)

fig. 35

Neste período surgem as glissoreflexões o que torna os ornamentos mais elaborados!

PERÍODO INCA (1470 - 1535 d.C.). O império Inca vindo do altiplano domina a região e traz consigo sua forma de organização socio-política-econômica.

Os grupos conquistados devem pagar tributo ao imperador em forma de trabalho que devia mudar periodicamente.

Os camponeses incas que chegaram trouxeram novas técnicas de cerâmica e tecelagem. Usavam predominantemente a lã nos tecidos e sua decoração era essencialmente geométrica com pequenos desenhos dispostos em faixas. A atividade textil estava altamente especializada, no entanto os ornamentos perderam a riqueza de detalhes do período anterior.

Os mosaicos encontrados nos tecidos eram formados de rosetas (tipo  $D_1$  e  $C_1$ ) costurados (fig. 36).

Mosaico tipo  $pl$ :

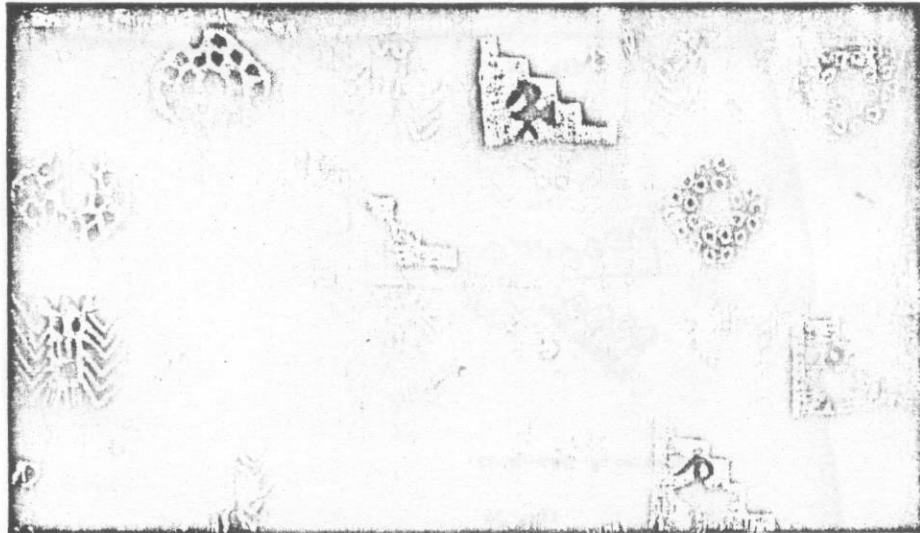


fig. 36

- O Elemento gerador é composto de duas rosetas tipo  $D_1$  e uma do tipo  $C_1$ . Este fragmento de tecido ricamente decorado era destinado ao Inca, suas linhagens e divindades.  
Coleção: Museu de S. Miguel de Azapa.

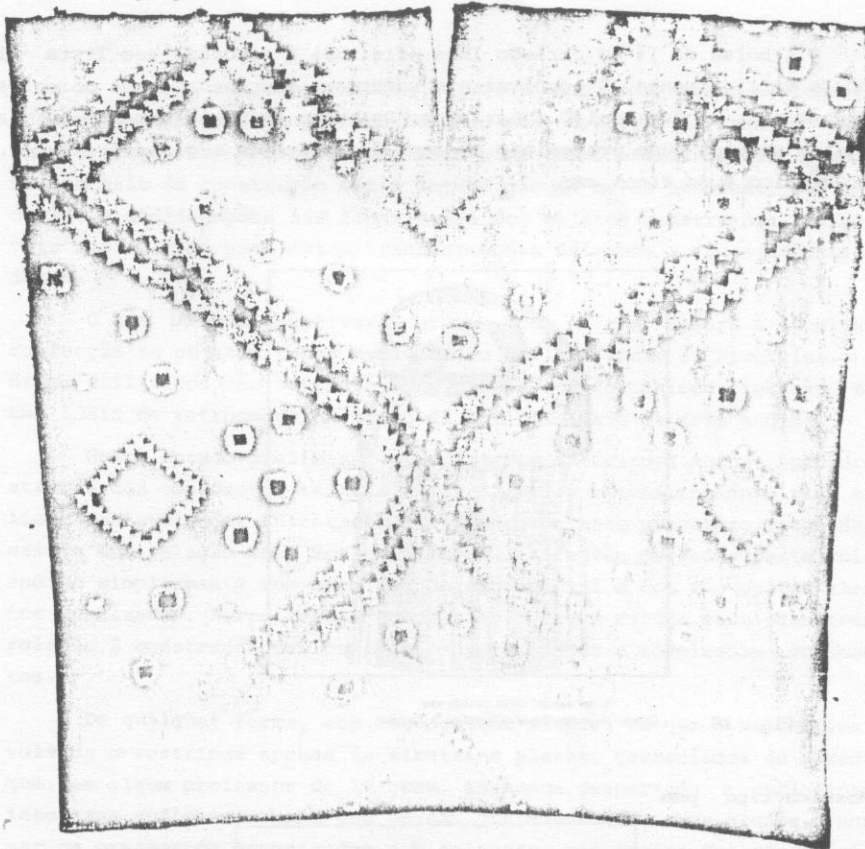


Fig. 37 Camisa (lã) - Período Inca.  
Coleção: Museu de S. Miguel de Azapa.

Se pudéssemos falar em "semelhança" de ornamentos poderíamos dizer que do ponto de vista matemático os períodos Tiwanaku e o Inca estiveram mais próximos. Basta notar os mosaicos do tipo p4m (fig. 31 e fig. 37). Também, o elemento gerador da faixa no gorro Tiwanaku (fig. 30) é o mesmo do mosaico encontrado num adorno do período Inca (fig. 39).

A bolsa de lã do período Inca (fig. 38) é decorada com lista disposta verticalmente. É possível que cumprisse funções rituais pois foram encontradas em "enxovais" funerários. Do ponto de vista matemático são faixas simples onde predominam o grupo de reflexões e glissoreflexões. Como mosaico é do tipo  $cmm$ .

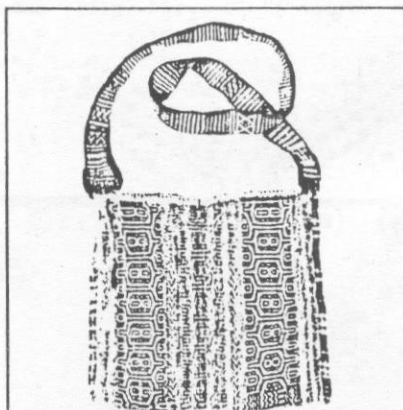
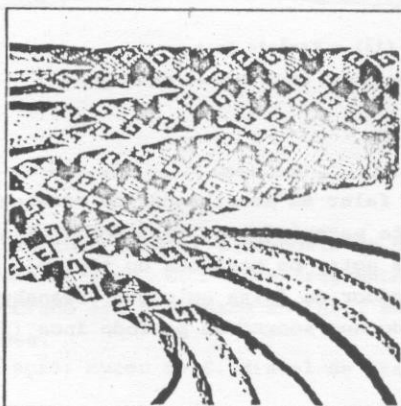


fig. 38

Bolsa "chuspa" (lã), período Inca  
Coleção: Museu San Miguel de Azapa, U. de Tarapacá.

Mosaico tipo  $pmm$



Faixa de Adorno (lã)  
Coleção particular  
Fig. 39

É de se supor que a complexidade e riqueza dos ornamentos, em termos de grupos de simetria do período Desenvolvimento Regional, tenham sofrido uma involução no período Inca. Isto pode ter ocorrido devido à mudança no processo de construção com a introdução de novas técnicas, ou talvez devido a modificações nas finalidades dos objetos construídos. As possíveis explicações para estas transformações deixamos a cargo dos historiadores.

O que podemos observar a grosso modo é que, embora a técnica de confecção de objetos tenha evoluído no período Inca, as simetrias e padrões utilizados são bastante semelhantes aos do período Tiwanaku dando uma idéia de retrocesso ou mesmo de periodicidade da arte andina.

Neste estudo preliminar que fizemos da Cultura Arica, procuramos através dos ornamentos têxteis "visualizar" a matemática envolvida e analisar sua evolução. Entretanto parece-nos um tanto prematuro responder se existe uma relação mais forte entre os diferentes períodos desta cultura andina simplesmente com este estudo superficial e com tão poucos elementos analisados. Acreditamos, no entanto, que um estudo mais elaborado em relação à construção dos ornamentos possa levar a conclusões contundentes.

De qualquer forma, com este estudo simples em que a matemática envolvida se restringe apenas às simetrias planas, gostaríamos de acreditar que, em algum professor de 1º grau, tenhamos despertado a curiosidade e interesse suficiente para que possa, juntamente com seus alunos, analisar os ornamentos encontrados nas calçadas, nas grades das casas, nos pavimentos ladrilhados, nas flores, etc. Talvez este seja um primeiro passo para a introdução de uma nova metodologia de ensino-aprendizagem onde os problemas levados para a sala de aula sejam de fato relevantes e atraentes, mostrando aos alunos que a matemática pode ser tão "gostosa" quanto se queira.



- [1] ARICA diez mil años: Publ. do museo chileno de Arte Precolombina, Univ. Tarapacá (1986). Arte: JOSE PÉREZ DE ARCE.
- [2] ULLOA, L.: "Evolucion de la industria textil pré-hispánica en la Zona de Arica". Revista Chungará 8 (1982), 97 - 108.
- [3] ULLOA, L.: "Estilos decorativos y formas textiles de poblaciones agromarítimas, extremo norte de Chile". Revista Chungará 8, (1982), 109 - 136.
- [4] DEBIASI, C.: Tesselature Piane: regioni fondamentali dei gruppi cristallografici. Tese de Laurea. Univ. Trento, Itália (1982).
- [5] GRECO, G.: "La grammatica degli ornamenti: ornamenti piani e loro gruppi di simetria". Notas de aula. Trento 1980/81.

