1. INTRODUÇÃO AO ESTUDO DA PARÁBOLA.

2. Título - Que curva é esta chamada parábola?

3. Objetivos:

- Identificar e representar uma parábola a partir de uma seção de um cone.
- Identificar os elementos da parábola – foco, diretriz, eixo e vértice.
- Definir o que é parábola.
- Obter a equação reduzida de uma parábola.

4. História - relacionando a parábola com as cônicas -

Etapa 1 - Cortando um cone, obtendo uma parábola, identificando seu eixo e vértice.
1.a 1.b 1.c 1.d 1.e

Etapa 2 - Obtendo o foco e a diretriz da parábola.
2.a 2.b 2.c 2.d 2.e

Etapa 3 - Definindo a parábola.

Etapa 4 - Obtendo a equação reduzida da parábola a partir da definição.
4.a 4.b 4.c

1. Tema – INTRODUÇÃO AO ESTUDO DA PARÁBOLA.

2. Título - Que curva é esta chamada parábola?

Fonte do Parque do Ibirapuera.

3. Objetivos:

- Identificar e representar uma parábola a partir de uma seção de um cone.
- Identificar os elementos da parábola – foco, diretriz, eixo e vértice
- Definir o que é parábola.
- Obter a equação reduzida de uma parábola

Que curva é essa chamada parábola?

A forma parabólica aparece nas fotos abaixo.

Água do bebedouro

Farol de motocicleta.

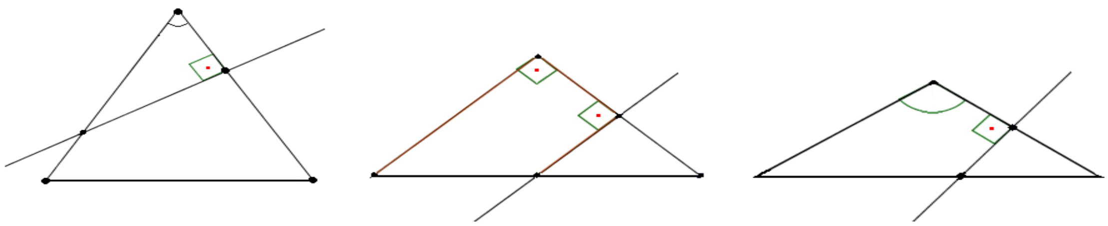
Antenas receptoras de sinais.

Luz do abajur inclinado

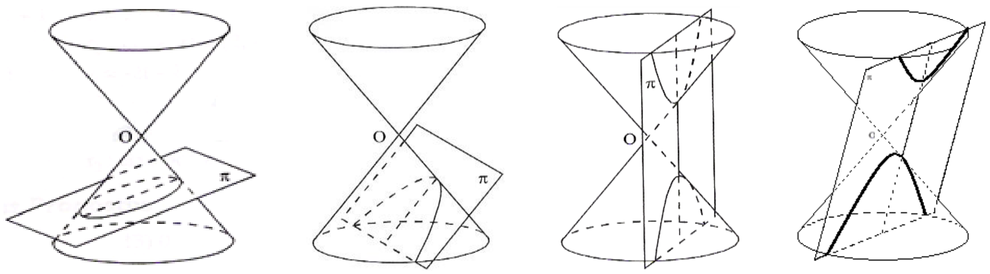
1. Introdução - relacionando a parábola com as cônicas -

Os termos elipse, hipérbole e parábola foram utilizados por Pitágoras, e seus seguidores, por volta de 540 a.C, porém, com um enfoque diferente do uso atual.

Foi Menaecmus, cerca de 350 a.C., o primeiro a tratar das secções cônicas, seccionando cones com planos perpendiculares à geratriz. Se este ângulo do vértice da secção meridiana do cone fosse agudo denominava-se a curva obtida de elipse, se fosse reto, de parábola e se fosse obtuso de hipérbole.



Apolônio de Perga, 225 a.C, introduziu o estudo dessas curvas das secções cônicas a partir de superfícies cônicas duplas e retas, como se faz atualmente.



Embora as cônicas fossem conhecidas desde a antiguidade, seu estudo ganhou importância especial no século XVII com Gérard Desargues (1593-1661), Blaise Pascal (1623-1662), Johannes Kepler (1571-1630) e Galileu Galilei. (1564-1642).

Nas etapas que seguem o estudo da parábola será introduzido a partir da reprodução da idéia de Apolônio. Para isso, um cone de massa de modelar será seccionado convenientemente de modo a se obter um arco de parábola e a partir daí serão identificados alguns de seus elementos.

Neste experimento a ênfase está na constatação das condições que definem a parábola e é possível que o aluno tenha a sensação de descoberta. Cada etapa depende da anterior, auxiliando a seqüência didática e conseqüentemente o entendimento do assunto.

Etapa 1 – Obter uma parábola cortando um cone, identificando seu eixo e vértice.

Material necessário – papel cartão (a massa gruda na cartolina), dois potes de massa para modelar, barbante, caneta de ponta porosa, cola, régua e tesoura.

1a. Pedir aos alunos, organizados em pequenos grupos, que modelem um cone preenchendo-o com a massa de modelar o máximo possível.

Figura 01

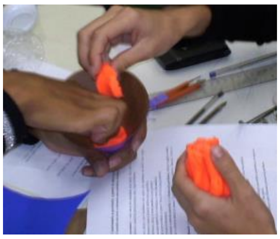


Figura 02

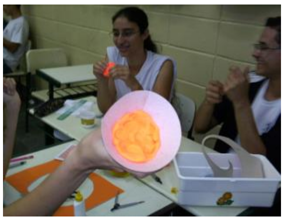


Figura 03

O professor deverá orientar os alunos para que montem cones com diferentes ângulos de setores circulares 290º (figura 04), 180º (figura 05) e 120º (figura 27). Os resultados poderão ser comparados no final.
Utilizando setores com ângulos maiores que 180° o resultado será melhor. Pois os focos obtidos ficarão mais afastados do vértice.
O cone com o ângulo do setor de 290° possibilita obter o foco com uma distância adequada do vértice.

1b. Desenformar o cone (Fig. 04) e colocar sobre uma superfície.

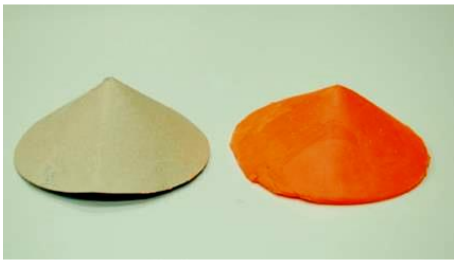
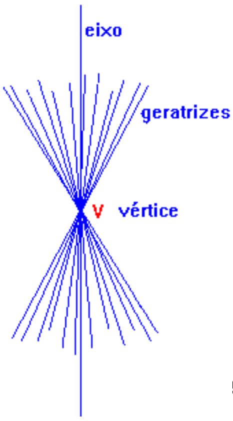


Figura 04: Cone mais aberto: ângulo do setor medindo 290º.

Geratriz do cone: tomemos duas retas concorrentes e não perpendiculares. Ao fixar uma delas e fazer girar a outra, 360°, em torno da reta que ficou fixa, teremos uma superfície cônica circular infinita, **gerada** pelo movimento da reta. Esta superfície é formada por duas folhas separadas pelo ponto de interseção das duas retas. A reta que foi movimentada é chamada **geratriz** da superfície cônica. A reta que permaneceu fixa é chamada **eixo** da superfície cônica.



1c. Com o barbante, ou com um plástico, cortar o cone paralelamente à sua geratriz como mostra as figuras abaixo.

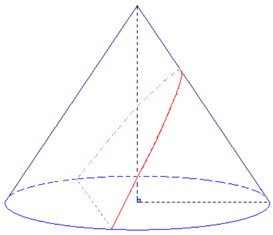
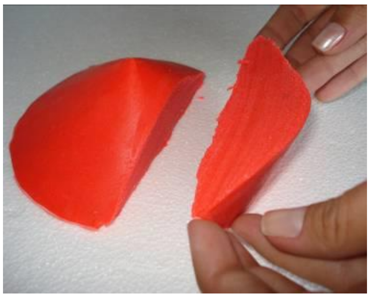


Figura 05 Figura 06 Figura 07

1d. Separar as duas superfícies e observar o arco da parábola.



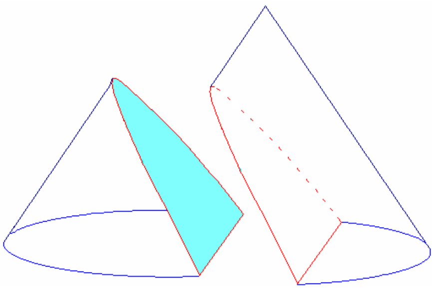
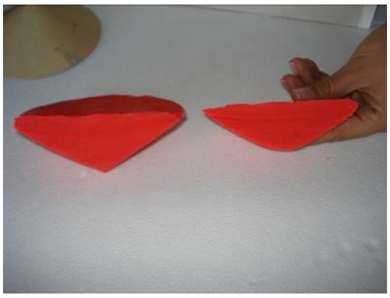
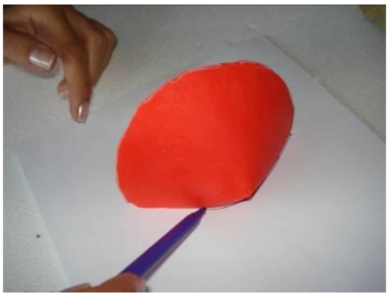


Figura 08 Figura 09

1e. Desenhar a curva obtida no papel. Esta curva é um arco de **parábola**.





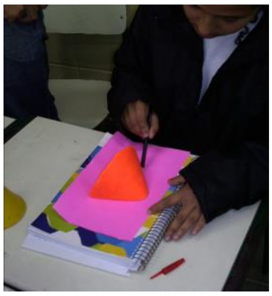
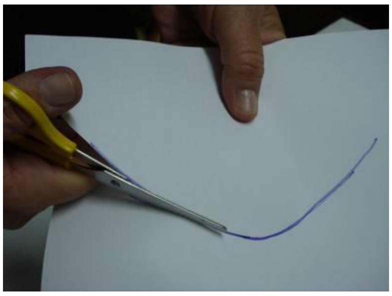
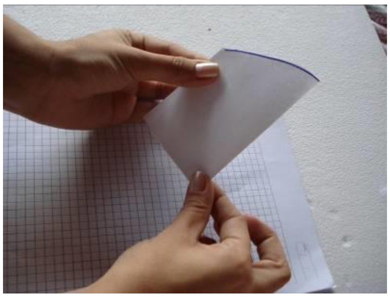


Figura 10 Figura 11 Figura 12

1f. Recortar a curva desenhada.

Para encontrar o **eixo de simetria** e o **vértice da parábola**, dobrar a região cortada, buscando a simetria entre as partes. Colar a figura no caderno.





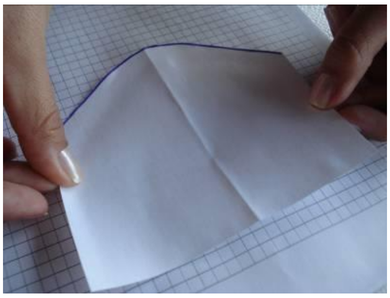
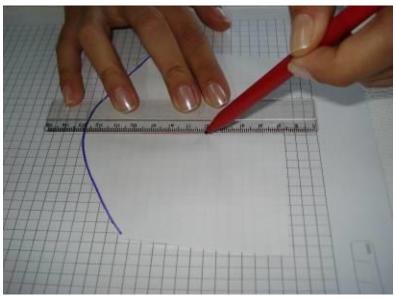


Figura 13 Figura 14 Figura 15



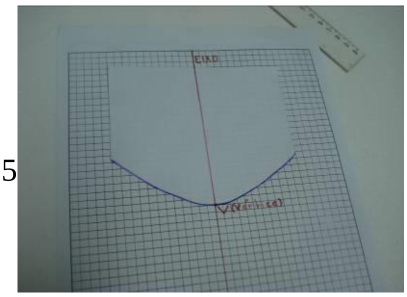


Figura 16 Figura 17

Etapa 2 - Obter o foco e a diretriz da parábola.

Material - caneta de ponta porosa, cola, régua, esquadro, tesoura, papel quadriculado, compasso ou barbante.

2a. Marcar um ponto **P** qualquer da parábola.

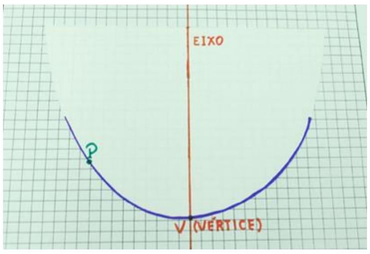
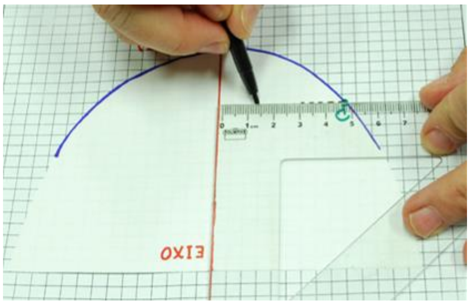


Figura 18

2b. Por **P** traçar uma perpendicular ao eixo, determinando o ponto A.



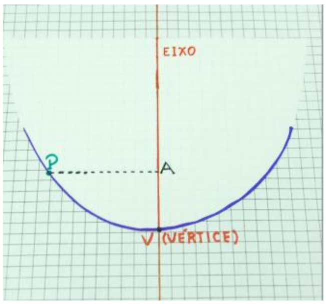
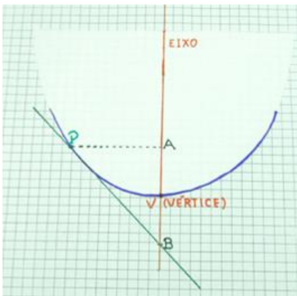


Figura 19 Figura 20

2c. Marcar o ponto B sobre o eixo, fazendo VA=VB. Traçar a reta PB.



A justificativa desta construção encontra-se no texto de apoio ao professor

Figura 21

2d. Traçar a mediatriz do segmento PB, obtendo o ponto **F – foco da parábola**

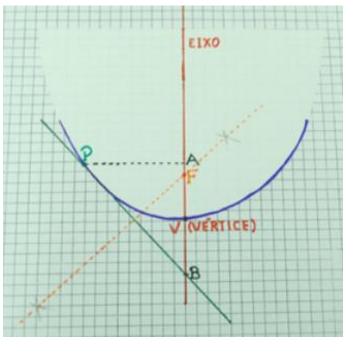
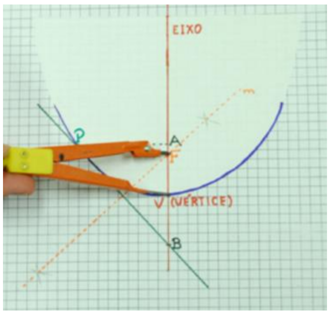


Figura 22

2e. Encontrar a diretriz. Para isso, marcar o ponto D sobre o eixo, fazendo **VF=VD.**



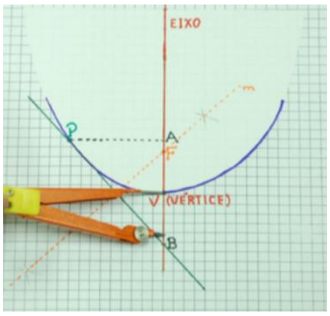
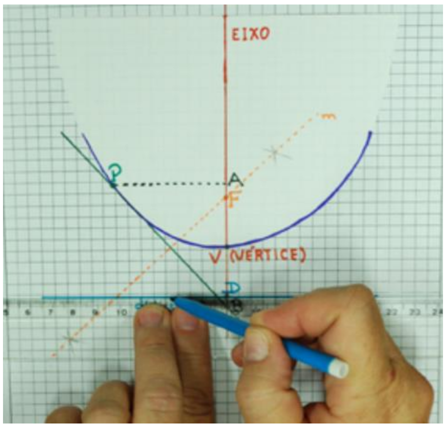


Figura 23 Figura 24

2.f. Traçar por D uma reta perpendicular ao eixo. **Esta reta é a diretriz da parábola.**



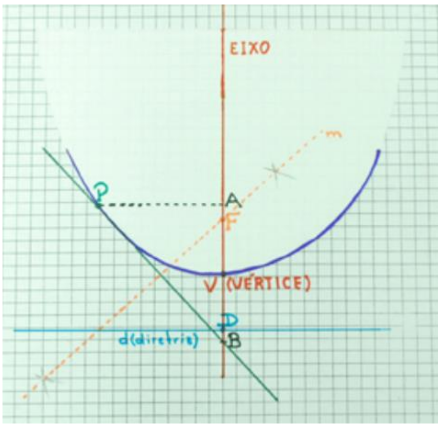


Figura 25 Figura 26

Observação importante: Os cones com pequeno ângulo de abertura produziram parábolas "mais fechadas". Nessas condições o foco está provavelmente muito próximo do vértice, como na figura ao lado.
Veja no guia do professor a justificativa desse fato.

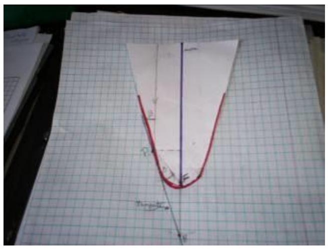


Figura 27 Figura 28

Etapa 3 - Definir a parábola.

Material - compasso ou barbante.

3.a Confirmar com o compasso ou barbante que, para qualquer ponto P da parábola, as distâncias deste ponto ao foco F e à diretriz, são iguais.

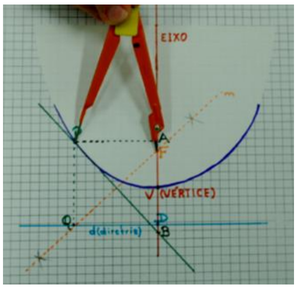


Figura 29

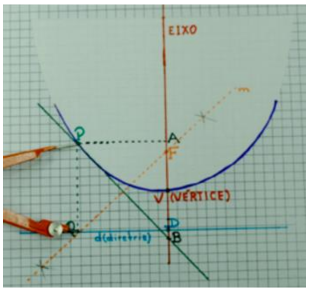


Figura 30

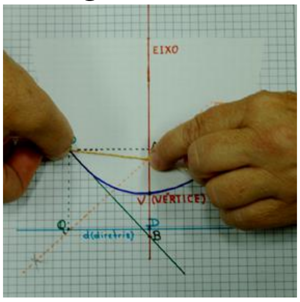


Figura 31

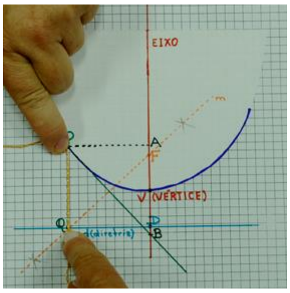


Figura 32

3.b Repetir várias vezes este procedimento para diferentes pontos da parábola

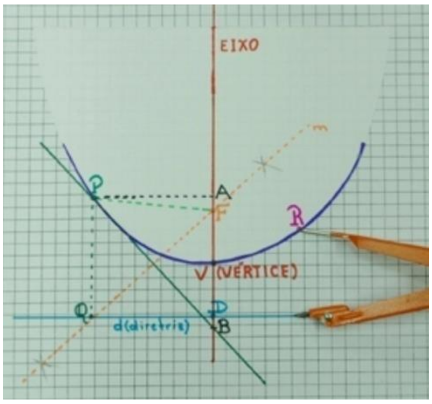


Figura 33

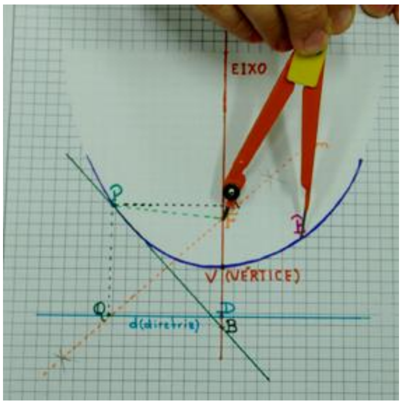
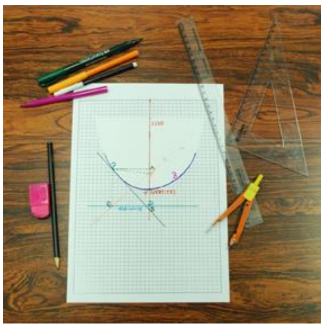


Figura 34

Observação: Utilizando o barbante ou o compasso pode-se observar que os pontos da parábola estão à mesma distância (são eqüidistantes) de uma reta *(diretriz)* e de um ponto *(foco)*.

Esta é a condição que define a parábola:

"Parábola é o conjunto de todos os pontos de um plano eqüidistantes de um ponto fixo e de uma reta fixa desse plano."



Etapa 4- Obter a equação reduzida da parábola a partir da definição

Material - caneta de ponta porosa, cola, régua, esquadro, tesoura, papel quadriculado, compasso ou barbante

"Parábola é o conjunto de todos os pontos de um plano eqüidistantes de um ponto fixo e de uma reta fixa desse plano."

Podemos dizer que um ponto P pertence à uma parábola, de foco **F** e diretriz **d**, se e somente se, d(P, F) = d (P, d).

Devemos considerar aqui:
a) a parábola com vértice na origem de um sistema de eixos cartesianos e
b) a definição de distância entre dois pontos.

4.a Tomar o arco de parábola obtido pelo corte do cone e copiá-lo novamente no papel quadriculado.

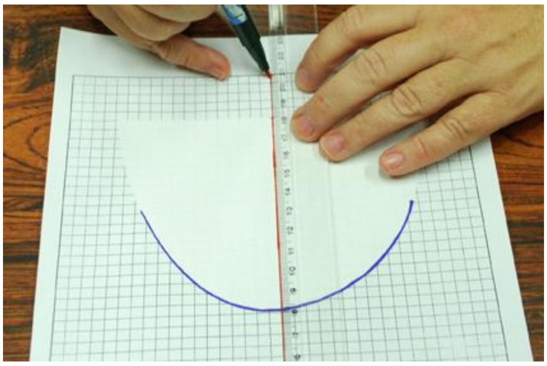


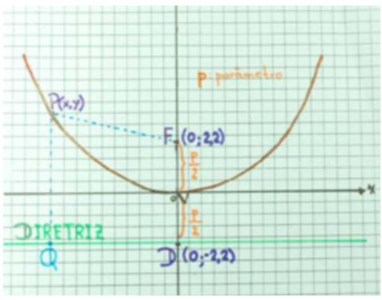
Figura 35

4.b Inserir os eixos cartesianos de tal maneira que:

- O eixo da parábola coincida com o eixo y.
- O vertice V (0,0).
- O foco F tenha coordenadas (0; 2,2).
  Neste caso particular, foi considerada a ordenada do foco 2,2 cm.
- A equação da diretriz seja y = -2,2.

Cada aluno poderá utilizar a ordenada do foco, obtida na sua construção. Possíveis imprecisões no ato de medir com a régua podem estar presentes.

4.c Seja **P (x, y)** um ponto qualquer deste arco de parábola.



Já sabemos que se P pertence à parábola, então
d (P, F) = d (P, *diretriz*), ou seja, d(P, F) = d(P, Q).
Que resultará em

$$\sqrt{(x-0)^2+(y-2{,}2)^2} = \sqrt{(x-x)^2+(y+2{,}2)^2}$$

$$x^2 + y^2 - 2 \,.\, 2{,}2\, y + 2{,}2^2 = y^2 + 2 \,.\, 2{,}2\, y + 2{,}2^2$$

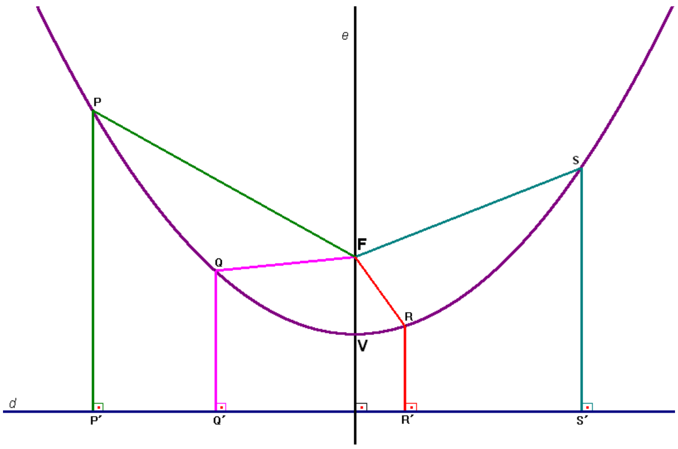
Tem-se que: $x^2 = 8{,}8\, y$ ou $y = \dfrac{1}{8{,}8}\, x^2$

ou ainda, $\mathbf{y} = \dfrac{1}{2 \times 4{,}4}\, \mathbf{x^2}$; que é uma possível[1] equação reduzida do arco de parábola.

O valor **4,4** corresponde a um valor aproximado do **parâmetro** deste arco de parábola.

O número real p ≠ 0 é chamado parâmetro da parábola e o módulo de p corresponde à distância entre o foco e a diretriz.

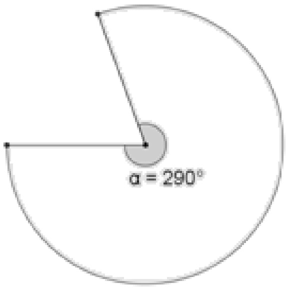
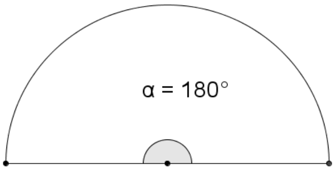
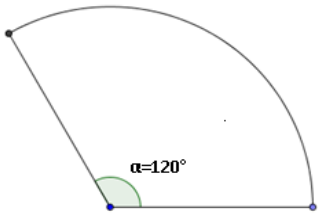
Utilizar uma régua graduada e verificar no gráfico o valor do parâmetro encontrado na equação.



[1] O termo possível é utilizado na frase acima pois há possibilidade de imprecisão ao se medir com a régua.

Para sistematizar o estudo da parábola sugerimos preencher, junto com os alunos, a seguinte planilha:

Planilha - Diferentes parâmetros obtidos a partir de diferentes cones

Planificação do cone. Ângulo em graus.	Coeficiente	Modelo do cone de massa obtido.	Desenhar no plano cartesiano o arco de parábola obtido.	Parâmetro
				
				
				

Após o preenchimento da planilha, deverão ser analisados os resultados e as conclusões serão anotadas.

Ficha técnica

Autores:

Maria Zoraide M C. Soares. ***mzsoares@uol.com.br***

Miriam Sampieri Santinho ***msantinho@uol.com.br***

Rosa Maria machado ***rmm@vivax.com.br***

Wilson Roberto Rodrigues ***wrodrigues@mpc.com.br***

Colaboradores:

Maria Lúcia B. Queiroz

Otilia T. W. Paques

Eliane Quelho F. Rezende

Claudina I. Rodrigues

Maria Inês S Muniz

Ilustrador

Fotografo

Augusto

Revisores

Matemática:

Língua Portuguesa:

Pedagogia:

Avaliadores

Avaliadores Externos

Professores

Cristiane Aparecida da Cruz

Miriam Sampieri Santinho

Rosa Maria Machado

Alunos