



Editorial

No decorrer deste ano de 2006 tivemos oportunidade de conviver com cerca de 535 professores, que estiveram presentes nos diversos cursos oferecidos pelo LEM. São Coordenadores Pedagógicos e Professores de Matemática atuando desde a Educação Infantil até o Ensino Médio, que estiveram presentes em nossas aulas, tendo a possibilidade de adquirir conhecimentos, que são relevantes para sua formação e prática pedagógica de matemática. Trabalhar com professores é uma das maneiras que temos de participar deste mundo. Contribuímos assim, para a vida, compartilhando o nosso conhecimento, e nos satisfazendo em ver outras pessoas encontrando os meios para tornar seu trabalho produtivo, prazeroso e eficiente.

Agora apresentamos o JPM número 04. São sugestões para desenvolver em sala de aula; breve história sobre Estatística e Probabilidade, assim como sobre o conceito de função; depoimento de um professor que aplicou em suas aulas sugestão dada por nós em edição anterior. Também temos uma seção que fala sobre o motivo que levou o planeta Plutão passar a ser considerado planeta-anão, entre outros temas interessantes. Desejamos um Bom Natal e um Ano Novo repleto de felicidades e que a esperança esteja presente em nossas vidas, sempre. Até 2007 e boa leitura!

Notícias do LEM

A UNICAMP é um pólo de realização de estágio de iniciação científica para alunos classificados e premiados na primeira Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) realizada no ano de 2005. Os professores do LEM são responsáveis pelo acompanhamento e desenvolvimento, como monitores, de um programa

especial de Matemática desenvolvido com 47 desses alunos. Eles recebem uma bolsa de iniciação científica e ajuda de custo para participarem desse programa, o qual é realizado aos sábados, em dois encontros mensais, por doze meses, totalizando 168 horas aulas. Um de nossos estagiários, Anderson Porto da Silva, conquistou medalha de prata na Olimpíada Paulista de Matemática (OPM) de 2006.

Um Pouco de Astronomia

Plutão, Agora Planeta-Anão

A história da descoberta, confirmação, disputa e agora o rebaixamento de Plutão mostra um pouco da evolução e metodologia científicas. Plutão é muito pequeno em relação aos demais astros do sistema solar. Para colocar em escala, se o diâmetro do Sol for aproximadamente igual à largura desta folha (210 mm), a Terra seria do tamanho do “o” minúsculo (2 mm) e Plutão do pequeno ponto final, isto é, 0.3 mm.

Enxergar Plutão em 1930 com um telescópio terrestre foi uma façanha. Foram necessárias muita persistência e intuição teórica. Não apenas pelo diminuto tamanho como também pela longuíssima distância.



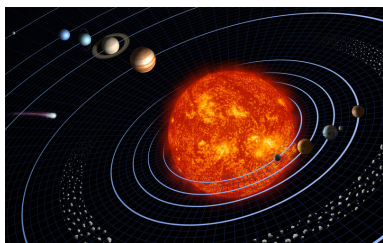
que usamos agora, a distância da Terra a Plutão seria mais de 800 m. É mais difícil do que procurar uma agulha em palheiro. Seria equivalente a procurar a cabeça de um alfinete numa praia em

Ubatuba em noite de lua cheia (sem lanterna). A intuição teórica estava errada. Imaginava-se um grande planeta, denominado X, que explicaria os desvios observados nas órbitas de Urano

e Netuno. O encontrado não era grande nem mesmo super estimando seu tamanho. Hoje sabemos que Plutão tem 0,25% da massa da Terra e não os 10% anunciados na época.

Nomear o nono planeta foi uma novela. Pelo menos 19 nomes foram considerados. Ao final, conta-nos a história, a sugestão de uma aluna de 11 anos de Oxford foi vencedora. Coincidência ou não, Pluto (a forma inglesa de Plutão) pode ser a combinação das iniciais do astrônomo americano envolvidos na descoberta. O chefe Percival Lowell e o amador Clyde Tombaugh. Se preferir algo mais mitológico, Plutão seria o deus romano do sub-mundo.

Do que é feito Plutão? Há conjecturas de que seja feito de rocha e gelo com uma tênue atmosfera não perene. Isto é, durante uma época do ano Plutense, haveriam alguns gases em torno do planeta, no restante do ano tudo seria congelado. Mas isto só será confirmado quando uma sonda espacial chegar lá em 2015. Todos os oito planetas já foram “visitados” por sondas espaciais. Mesmo não tendo as características agora definidas de um planeta, Plutão é um astro muito interessante. Em 1978 descobriu-se que ele não está sozinho. Tem uma lua, chamada Caronte (Charon, em inglês), em órbita de tal forma que Plutão e Caronte estão sempre face a face. Não é só. Com um telescópio espacial, descobriu-se que Plutão tem 3 luas. O seu globo gira em torno de um eixo bastante inclinado em relação ao plano orbital. Isto significa que as estações do ano são radicalmente diferentes. Para se ter uma idéia de comparação, a Terra



tem a inclinação de 23 graus que explica as nossas 4 estações. A inclinação do eixo de plutão é de 122 graus! Outra grande diferença em relação aos 8 planetas é a sua órbita pouco circular. Como sabemos desde Kepler, a órbita planetária é uma elipse tendo o Sol como um dos focos. A Terra e os demais 7 planetas têm esta elipse quase degenerada a um círculo. Mas Plutão não. A grosso modo, 1/4 do tempo de órbita é gasto relativamente próximo ao Sol, o periélio,

e os 3/4 restantes ficam ainda mais distantes do Sol.

Agora imagine uma família Plutense tirando as férias escolares e de trabalho. Deve coincidir com o periélio! Pegam o metrô para o hemisfério de veraneio (verão). Com o Sol a pino saem à superfície para sentirem o Metano naturalmente gasoso. O Sol é uma lâmpada forte no alto, mas muitas estrelas são visíveis. “E ali está Caronte, tão grande”, diz o patriarca. “Esta lua mostra sempre a mesma face para a gente deste lado do globo”. “E o que é aquilo brilhante na direção de Caronte?”, pergunta o Plúnior. É que Caronte às vezes puxa um pouco da atmosfera de Plutão nesta época. “É o vento carontal!” responde rapidamente a esperta Plaria. “Estudamos isto na escola este ano”. “Entrem todos! Mais tarde vamos ver as outras luas”, chama a manplá pelo celular viva-voz. Este calor de -190 C e radiações solares não são saudáveis para os plutinhos...

Plutão está longe, mas a nossa imaginação pode ir muito mais além. O rebaixamento de Plutão não diminui o interesse pelo astro. O termo Planeta foi usado sem definição formal. Significa errante. Era suficiente para distinguir os pontos fixos que são as estrelas e galáxias dos pontos errantes que eram os Planetas a olho nú. Com telescópios mais precisos, a classificação de objetos no céu teve que ser atualizada. No sistema solar há 8 Planetas, 3 Planetas-anões, 130 Satélites e muitos “Pequenos Corpos do Sistema Solar” que incluem os cometas e os asteróides. Um Planeta deve: (1) orbitar em torno do Sol, (2) ser massivo o suficiente para a auto-gravidade transformá-lo em um esferóide e (3) ter limpado o entorno de sua órbita. Um Planeta-Anão não cumpre o item (3) mas satisfaz os itens (1) e (2) de Planeta e não é um satélite.

Agora precisamos ensinar um nome a menos de Planeta. Ou três nomes a mais de Planetas-Anões, em ordem decrescente de tamanho: Eris, Plutão e Ceres. Outros virão com certeza. Trabalho de professor só aumenta! Mas tudo isto é muito interessante!

Samuel R. Oliveira, IMECC – UNICAMP

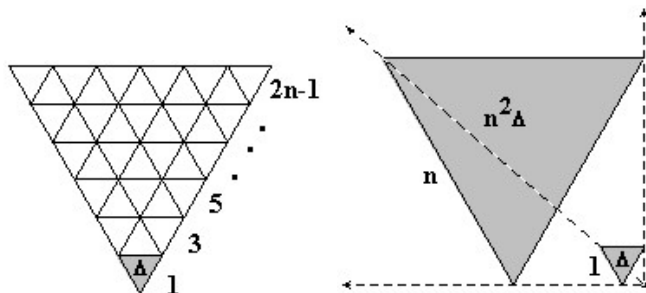
História de um Número

Ela, com voz suave e tranqüila, contou-me o seguinte: “Eu era solteira. Vivia alegre e satisfeita. Consideravam-me um número. E, segundo os meus incontáveis fans, eu devia ser um número inteiro. Casei-me e passei a ser a cara metade de meu marido. Tornei-me desse modo um número fracionário. E, atualmente, com as dificuldades de trânsito, torturada pelas filas e pela falta de empregadas, sinto que já sou um número misto. A situação aritmética de meu futuro não me preocupa. Estou convencida de que na vida de meu marido jamais serei um número negativo. E desse modo evito os complexos e, com ânimo sereno, encaro a realidade.”

Extraído de AL-KARISMI, Revista de Recreações Matemáticas, Jogos, Curiosidades, Histórias e Problemas. Direção de Malba Tahan, Número 2, Julho 1946

Prova sem Palavras

Soma de Inteiros Ímpares



$$\Delta + 3 \Delta + 5 \Delta + \dots + (2n - 1)\Delta = n^2 \Delta$$

$$\sum_{i=1}^n (2i - 1) = n^2$$

Extraído da revista Mathematics Magazine

Desafio Matemático

Considere uma mesa de bilhar retangular e cujo feltro seja quadriculado. Suponha que a mesa tenha exatamente n quadradinhos de comprimento e m quadradinhos de largura. Uma bola parte de um dos vértices e avança em linha reta

segundo a diagonal do retângulo, parando ao atingir o outro vértice. Quantos quadradinhos a bola atravessa, considerando que os quadradinhos atingidos somente em um de seus vértices não devem ser contados?

Maria Carmelina Fernandes, IMECC – UNICAMP

Depoimento

Jogos no Ensino da Matemática

Os jogos têm papel importante no desenvolvimento de habilidades de raciocínio como organização, atenção e concentração, tão necessárias para o aprendizado, em especial da Matemática, e para a resolução de problemas em geral. Os jogos desenvolvem a capacidade, a linguagem criativa e o raciocínio dedutivo, na escolha de uma jogada. Por todos esses motivos e outros mais, sou adepto e procuro sempre usar jogos em minhas aulas de matemática. Alguns jogos, elaborados quando estudante na Universidade de Guarulhos, e desafios matemáticos, fazem parte da complementação do meu planejamento, por isso, meus alunos têm um caderno só de desafios, que vez ou outra são aplicados em aula pré-determinada, de comum acordo com eles. Gosto de ficar atento nas novidades que estão nos sites de matemática para trabalhar em sala de aula. Foi com grata surpresa que lendo o *Jornal do Professor de Matemática* No. 2, do LEM, encontrei o *Jogo dos Inteiros*, conteúdo que estava começando a desenvolver com meus alunos de 6as. séries.

Não usei carta de baralho, os alunos confeccionaram seu próprio jogo em papel-cartão com o mesmo número de cartas (40), sendo 20 cartões numerados de 1 a 10, na cor preta (ou azul) e 20 cartões numerados de 1 a 10 na cor vermelha. Baseado nas regras e considerando “soma sete”, os alunos jogavam e, ao mesmo tempo, aprendiam as regras de sinais. Foi muito proveitoso, as aulas diferenciadas rendem muito mais. Uma ob-



servação a ser feita é que alguns alunos jogavam no intervalo e em casa com seus familiares.

Um conteúdo envolvendo números inteiros que parecia uma aula de rotina, seguindo só o livro didático, acabou virando um projeto e recebendo elogio da direção da escola. Muito mais gratificante é sentir os alunos, entendendo o conteúdo e esclarecendo suas próprias dúvidas.

Francisco Evangelista Sobrinho, Professor de Matemática da Rede Estadual de Ensino de SP

Para Usar em Sala de Aula

Quadrados Mágicos

Em suas aulas o professor tem sentido, cada vez mais, a necessidade de trabalhar com materiais alternativos que propiciem momentos lúdicos, que despertem no aluno a curiosidade e, conseqüentemente, a vontade de aprender. Com este objetivo, apresentamos algumas atividades desafiadoras envolvendo quadrados mágicos. Acreditamos na criatividade do professor para a construção de novas atividades envolvendo o conteúdo que deseja desenvolver e de acordo com o perfil de seus alunos.

Atividade 1. Considere os números dispostos na tabela da Figura 1. Qual é o valor da soma dos números de cada linha, de cada coluna e da diagonal principal? Tabelas quadradas numéricas, de números distintos, nas quais esses três valores coincidem são chamadas quadrados mágicos e esse valor comum é a constante mágica desse quadrado. Qual a relação entre cada uma das tabelas das Figuras 2 e 3 com a da Figura 1? Em cada caso comprove que é um quadrado mágico e determine a constante mágica.

17	24	1	8	41
23	5	7	40	16
4	6	39	20	22
10	38	19	21	3
37	18	25	2	9

Figura 2

20	27	4	11	18
26	8	10	17	19
7	9	16	23	25
13	15	22	24	6
14	21	28	5	12

Figura 3

Atividade 2. Encontre constantes r e s tais que cada elemento b , da tabela da Figura 4, seja obtido pela expressão $b = ra + s$ onde a é o elemento correspondente no quadrado da Figura 1. Esta tabela determina um novo quadrado mágico? Considerando o quadrado da Figura 1 obtenha através de operações aritméticas um novo quadrado mágico com constante mágica igual a 72.

21	35	-11	3	17
33	-3	1	15	19
-5	-1	13	27	31
7	11	25	29	-7
9	23	37	-9	5

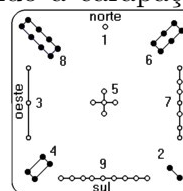
Figura 4

Atividade 3. Em cada um dos casos que seguem, complete a tabela ao lado de modo a obter um quadrado mágico. (a) A constante mágica é um número par. (b) A constante mágica é um número ímpar múltiplo de 3. É possível obter mais de uma solução em algum dos casos? O uso de números negativos é permitido.

22		10
	23	

Mini-história dos Quadrados Mágicos.

O primeiro quadrado mágico de que se tem notícias é o *lo-shu*, o qual aparece em um dos clássicos matemáticos chineses mais antigos chamado *I Ching* ou o *Livro das Permutações*. Conta uma lenda que o primeiro a vê-lo foi o imperador Yu, por volta de 2.200 a.C.. Esse quadrado mágico estava decorando a carapaça de uma tartaruga divina que lhe apareceu às margens do Rio Amarelo. O *lo-shu* é um arranjo como esse ao lado. Os números são representados por nós em cordas: brancos para números ímpares, isto é, símbolos *yang* (princípio masculino) e pretos para números pares, símbolos *yin* (princípio feminino).



Abaixo temos a representação numérica do *lo-shu*. É o único arranjo possível dos nove primeiros números naturais em um quadrado mágico, não contando os obtidos pelas três rotações e as quatro reflexões que são considerados equivalentes a esse. Justificar essa afirmativa é um bom exercício de aritmética. Acredita-se que os chineses foram os primeiros a descobrir as

4	9	2
3	5	7
8	1	6

lo-shu numérico

propriedades dos quadrados mágicos e provavelmente foram também seus inventores. O mais conhecido e famoso dos quadrados mágicos certamente é um quadrado 4x4 que se vê em “A Melancolia”, famosa gravura de 1514, de Albrecht Dürer, mas esta é outra história e será contada por nós em próxima ocasião.

Fica para o professor a importante questão: além de uma curiosidade e um desafio, quais conteúdos matemáticos podem ser explorados e vivenciados com esse tema em sala de aula? Em quais níveis? Com quais objetivos?

Maria Carmelina Fernandes & Maria Lúcia B. Queiroz, IMECC – UNICAMP

História

Papiro Matemático de Moscou

A maior parte das informações sobre matemática egípcia vem de inscrições hieroglíficas feitas em papiros, que resistiram ao desgaste do tempo por mais de 3,5 milênios. O Papiro de Moscou, também chamado Golonishev, comprado no Egito em 1893, foi escrito por um escriba desconhecido por volta de 1890 a.C.. Mede aproximadamente 5 m de comprimento e 0,08 m de largura. Contém 25 exemplos, quase todos da vida prática, sendo que o problema

PAPIRO MATEMÁTICO
DE MOSCOU
Problema n.º 14



14, que aqui destacamos, é um dos mais significativos. Este problema pergunta qual o volume de um tronco de pirâmide quadrada, com altura de seis unidades,

se as arestas das bases, superior e inferior, medem duas e quatro unidades, respectivamente. Ou seja, o volume do tronco foi calculado de acordo com a fórmula $V = h(a^2 + ab + b^2)/3$, onde h é a altura e a e b são os lados das bases quadradas. Esta fórmula não aparece escrita em nenhum lugar mas, pelas evidências, os egípcios a conheciam. O papiro de Moscou pode ter sido apenas um manual destinado a estudantes porém, indica a direção e as tendências

do ensino de matemática no Egito.

Coluna. XXVII



Problema No. 14 — Coluna XXVII

1. Forma o cálculo de um tronco de pirâmide.
2. Se te mencionam um tronco de pirâmide de 6 (côvados) de altura,
3. para 4 (côvados) no lado inferior, para 2 no lado superior.
4. Calcula tu com este 4, elevado ao quadrado. Resulta 16.
5. Duplica tu 4. Resulta 8.
6. Calcula tu com este 2 elevado ao quadrado. Resulta 4.

Coluna. XXVIII



Problema No. 14 — Coluna XXVIII

1. Soma tu juntos estes 16
2. com estes 8 e com estes 4.
3. Resulta 28. Calcula tu
4. 1/3 de 6. Resulta 2.
5. Calcula tu 28, 2 vezes. Resulta 56.
6. Vê: ele é 56. Tu achaste certo.

Extraído do livro História da Matemática, Carl B. Boyer, 1996

Artigo

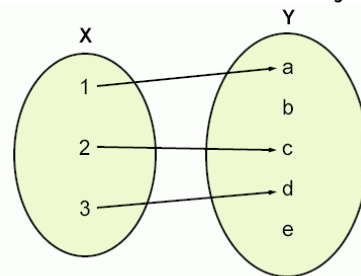
História das Funções: Um Breve Resumo

O conceito de função aparece bem tarde na História de Matemática, apesar de ser central principalmente no Cálculo. Ele foi usado desde o egípcios, babilônios e gregos antes de Cristo, e mesmo na Europa do século XVI implicitamente, como dizem os historiadores. Nos papiros egípcios e nas tábuas babilônicas já temos representações de funções em forma de tabelas, na Grécia antiga ela aparece como gráficos de curvas principalmente em Arquimedes e Apolônio. Na Europa da Idade Média iniciou-se a busca da expressão algébrica de uma função e quem primeiramente, pelo que se sabe, preocupou-se com isto foi Oresme (1323 – 1387) na França. Ele procurava a dependência de duas magnitudes: velocidade e tempo.

Leibniz (1646 – 1716) usa pela primeira vez a palavra função como um termo para designar as várias quantidades geométricas associadas com a curva, elas eram funções da curva. Depois dele John Bernoulli em 1698 adota a terminologia de Leibniz, função, para uma magnitude variável, como uma quantidade que é composta de qualquer maneira possível desta variável e de constantes. Euler, que foi aluno de Bernoulli, em 1748 escreveu “Uma função é um valor variável numa expressão analítica, que é composta do valor variável e valores constantes”. Então, para Bernoulli e Euler, a função era o que hoje chamamos de valor da função e não exigiam a unicidade. Euler dá como exemplo de função a raiz quadrada de uma variável; para ele também só tinha sentido funções contínuas, mas já assumia que a função podia ter duas representações, sua expressão analítica e a curva traçada a mão livre.

Fourier (1768 – 1830) restringe de alguma maneira o domínio de definição da função, não era para qualquer número, mas poderia ser só para um intervalo, mais geralmente para um conjunto. Outro estudo importante de Fourier foi o de funções não contínuas. Finalmente em 1837 aparece a definição de Dirichlet que introduz o sentido mais amplo

de função, a que conhecemos até hoje: A função $f : X \rightarrow Y$ consiste de dois conjuntos não vazios, o domínio X e a imagem Y , e de uma regra que faz corresponder a cada $x \in X$ um único elemento $y \in Y$.



Esta correspondência é denotada por $y = f(x)$. Dizemos que y é a imagem de x e que x é uma imagem inversa de y .

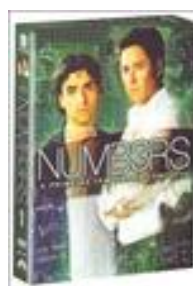
Eduardo Sebastiani, IMECC – UNICAMP

Veja em DVD



O Início do Fim (*Fat Man and Little Boy*, 1989)

Durante a Segunda Guerra Mundial, no remoto deserto do Novo México, o “Projeto Manhattan” está se materializando: a bomba atômica está sendo construída. O filme mostra a relação entre o general General Leslie Groves, o militar que comanda o poderoso projeto, e J. Robert Oppenheimer, o brilhante cientista tentando tornar a impressionante missão uma realidade.



Numb3rs (*Numb3rs*, 2005)

Todos usam a matemática todos os dias... mas em um mundo de incontáveis cadáveres, múltiplos criminosos inteligentes e porcentagens envolvendo perpetradores que podem agir novamente, os números são especialmente valiosos. Um agente do FBI em Los Angeles recruta seu irmão, um gênio da matemática, para ajudar a resolver um grande número de crimes desafiadores, combatendo os casos mais intrigantes sob duas perspectivas muito distintas.

Lúcio T. Santos, IMECC – UNICAMP

Em 1981 e 1989 o “National Council of Teachers of Mathematics” (NCTM) recomendou fortemente a inclusão de Probabilidade e Estatística nos currículos de Ensino Médio (Livro do Ano de 1981 e *Curriculum and Evaluation Standards*, NCTM, 1989). Recentemente, os Professores que freqüentam, aqui no IMECC, o Curso de Aperfeiçoamento para Professores do Ensino Médio via internet se divertiram com o problema do bode na porta da esperança. Mas isto já é história!

Antonio C. Patrocínio, IMECC – UNICAMP

Cursos no LEM

MAT 0027: O Uso do Jornal em Sala de Aula

Destina-se a Professores de Matemática, Coordenadores Pedagógicos e Alunos de Licenciatura em Matemática e áreas afins.

Profa.: Miriam S. Santinho, LEM – UNICAMP.

Horário: 8h30min – 17h30min.

Período: 24/03/2007.

Inscrições: 22/02 a 16/03/2007.

MAT 0119: O Jogo de Xadrez como Material de Apoio a Aprendizagem

Profs.: Renata F. S. Bosso, CEFEM, Americana (SP) e Willian T. B. Idrani, Prefeitura Municipal de Hortolândia (SP).

Carga Horária: 30 horas.

Horário: 8h – 16h30min.

Período: 23/01 a 26/01/2007.

Inscrições: 04/12/2006 a 10/01/2007.

MAT 0148: Atividades com Blocos Lógicos na Educação Infantil e Séries Iniciais

Destina-se a Professores da Educação Infantil, Professores da primeira a quarta séries do Ensino Fundamental, Coordenadores Pedagógicos,

Alunos de Licenciatura em Matemática e Alunos do Curso de Formação de Professores.
Profa.: Renata F. S. Bosso, CEFEM, Americana (SP).

Horário: 8h30min – 17h30min.

Período: 24/03/2007.

Inscrições: 22/02 a 16/03/2007.

MAT 100: Curso de Especialização em Matemática para Professores do Ensino Fundamental e Médio

Carga Horária: 360 horas.

Turma I Horário: 2as. e 4as., 8h – 12h.

Período: 26/02/2007 a 16/06/2008.

Inscrições: 30/10 a 15/12/2006.

Matrícula: 02/01 a 16/01/2007.

Turma II Horário: Sáb., 8h – 12h e 13h – 17h.

Período: 03/02/2007 a 12/07/2008.

Inscrições: 02/01 a 20/01/2007.

Matrícula: 22/01 a 31/01/2007.

MAT 300: Curso de Especialização em Matemática para Professores da Educação Infantil e Ensino Fundamental

Carga Horária: 360 horas.

Horário: 4as., 13h – 18h.

Início: 08/2007.

MAT 500: Curso de Especialização em Matemática para Professores de Quinta à Oitava Séries do Ensino Fundamental

Carga Horária: 360 horas.

Horário: 3as., 7h10min – 12h10min.

Período: 06/02/2007 a 28/10/2008.

Inscrições: 30/10 a 15/12/2006.

Matrícula: 02/01 a 16/01/2007.

Curso de Especialização para Professores de Matemática via Internet

Período: 22/01 a 26/01/2007.

Inscrições: Abertas.



Jornal do Professor de Matemática

Elaborado pelo Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) do Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica (IMECC) da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Correspondência e Sugestões: LEM – IMECC – UNICAMP, Caixa Postal 6065, 13083–970, Campinas (SP). Telefone: (0xx19) 3521–6017. E-mail: lem@ime.unicamp.br
Editores: Lúcio T. Santos, Maria Lúcia B. Queiroz e Claudina I. Rodrigues