

Função

Função é uma correspondência, é dependência, é uma transformação, é o resultado de um movimento.

Este texto, que complementa a atividade **Corrida de obstáculos – Jogo de funções, é um resumo** composto a partir das ideias apresentadas no livro “Construindo o conceito de função”, escrito sob a coordenação de Lucia A. A. Tinoco, do Projeto Função do Instituto de Matemática da UFRJ.

Em geral o ensino de funções tem duas características marcantes:

- a identificação de função com expressão analítica
- a introdução do conceito como conjunto de pares ordenados e caso particular de relação.

Em ambas ignora-se a origem do conceito, que surgiu para analisar fenômenos de **variação**.

Ideias básicas e as formas de representação

Consideram-se como essenciais na construção do conceito de função as noções de:

- Variável
- Dependência
- Regularidade
- Generalização

A noção de variável

Muitos alunos tem a noção de que variável é uma letra que se usa no lugar de números desconhecidos. Isso acarreta neles o hábito de igualar a zero qualquer expressão que lhe é apresentada e de tentar encontrar um valor para as variáveis envolvidas.

Esta é uma noção muito limitada e gera muitas dificuldades de aprendizagem na álgebra.

Vejamos os diversos papéis das letras nas expressões matemáticas:

- a) $x + 7 = 13 - x$; representa um número que **não varia**
É um número desconhecido, mas que pode ser determinado resolvendo a equação.
- b) $a + b = b + a$; as letras podem representar **quaisquer valores** numéricos
A expressão traduz uma propriedade, uma generalização de um padrão aritmético.
- c) $a = b \times h$; expressa uma fórmula. Não encaramos as letras como incógnitas.
- d) $2n + 1$; representa um **conjunto de valores**, para cada número natural que atribuirmos a n, teremos a sequência de números ímpares.

- e) $y = 3x$; representa a ideia de **variação**. À medida que damos valores a x obtemos um valor correspondente de y e podemos até construir um gráfico que represente esta variação.
Aqui **x** é uma variável e não uma incógnita.

A compreensão destes significados não é fácil. Repetir cálculos algébricos e corrigir o resultado final, leva ao uso incorreto das letras e das relações entre expressões.

Devemos então, salientar a diferença entre letras em **equações** (nas quais se trata de incógnitas e valores dados) e em **funções** (nas quais se trata de quantidades variáveis).

A VARIÁVEL É UM SÍMBOLO REPRESENTATIVO DE QUALQUER DOS ELEMENTOS DE UM CONJUNTO QUALQUER DE NÚMEROS, FINITO OU INFINITO.

Por exemplo quando consideramos o conjunto dos números reais do intervalo $(0,1)$ e dizemos que x é uma variável deste conjunto queremos dizer que:

O símbolo x , sem coincidir **individualmente** com nenhum dos números reais desse intervalo, é susceptível de os representar a todos; é afinal o símbolo da vida **coletiva** do conjunto, vida essa que se nutre da vida individual de cada um dos seus membros, **mas não se reduz a ela.** (Caraça. B.J.1951)

A noção de dependência

É importante evidenciar o que há de essencial no conceito de função – a correspondência das duas variáveis ou seja, a relação de dependência entre grandezas variáveis.

Deve-se destacar o fato de que uma variável é perfeitamente determinada a partir do conhecimento de outra .

A função representa a maneira como uma quantidade depende de outra.

A noção de regularidade

O reconhecimento de regularidades em situações reais (movimento das marés, ciclos menstruais das mulheres, a mudança de estações no ano...) em sequências numéricas ou padrões geométricos é uma habilidade essencial à construção do conceito de função, embora podemos observar muitas situações em que não ocorre regularidade como a frenagem de um carro, a produção de uma indústria em uma determinado período, etc.

A observação tanto de desenhos com padrões crescentes (**repetitivos**) de formas ou objetos,

Inserir desenho

predizendo quantos itens são necessários em um determinado passo do padrão, como também de sua representação numérica em uma tabela que relaciona o passo à quantidade de objetos, possibilita aos alunos estabelecer relações em qualquer um destes dois formatos

A generalização

Tanto os fenômenos regulares observados como os padrões representados por uma progressão, podem ser generalizados. Segundo Lucia Tinoco, o registro de leis gerais em linguagem algébrica ou geométrica é passo decisivo para a construção do conceito de função. Isto não é fácil para os alunos com cerca de 13 anos.

De acordo com o Grupo Azarquiel, o processo de generalização requer três passos bem distintos:

- a) visão da regularidade, a diferença , a relação,

- b) sua exposição verbal
- c) sua expressão escrita, da maneira mais resumida possível.

Também, de acordo com Bergeron e Herscovics, citado por Lucia A.A. Tinoco no livro “Construindo o conceito de função” a compreensão do conceito de função se dá em quatro níveis descritos no quadro a seguir.

	Níveis			
	Compreensão intuitiva	Matematização Inicial	Abstração	Formalização
Características	-Utilização do conhecimento informal da vida -Pensamento com base na percepção visual. -Ações espontâneas	-Organização e quantificação das primeiras noções intuitivas. -O conceito é confundido com o procedimento que leva à sua construção	-O conceito se destaca do procedimento e alcança uma existência própria - Generalização	-Uso da linguagem simbólica. -Descontextualização -Justificação lógica das operações
Para Funções	-Reconhecimento de dependência (não qualificada) -Estabelecimento de leis de formação simples e visuais. - Construção e interpretação de tabelas e gráficos de colunas e setor	-Quantificação das leis. -Reconhecimento de variáveis dependentes e independentes. -Interpretação de gráficos cartesianos simples. -Reconhecimento do domínio (analisado no contexto).	- Escrita de expressões analíticas. - Distinção entre equações e funções. - Construção e interpretação de gráficos convencionais e não convencionais. - Caracterização de relações funcionais	Notação: $F: A \rightarrow B$ $y = f(x)$ - Domínio, imagem. - Classificação - Operações com funções.
Séries iniciais				
E F II				
E F II				
Ens. Médio				

Seguem alguns exemplos destes níveis

Compreensão intuitiva:

Os alunos das séries iniciais podem observar uma sequência, continuar , desenhar e contar os componentes...



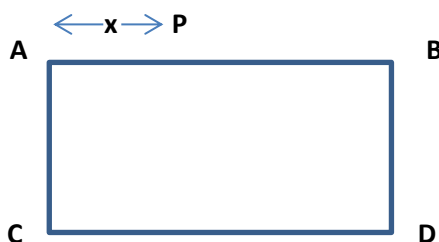
Matematização inicial

Complete a tabela e construa um gráfico cartesiano que represente a mesma relação que ela.

X	1	2		4	5	6		8	9
Y	2	4	6	8		12	14		

Abstração

O retângulo ao lado tem lados $CD = 8$ e $CB = 4$. Considere um ponto P cuja posição varia do ponto A até o ponto B. Chame a distância de A até P de x. Escreva uma expressão que dê a área de todos os triângulos ADP obtidos quando o ponto P varia de A até B.



Formalização

Dê o maior domínio que uma função definida pela expressão $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$, pode ter.

Somente após trabalhar bastante neste sentido, levando em conta todos os aspectos descritos, deve-se sistematizar o conceito e apresentar uma definição mais formal:

“Se uma variável y é relacionada à variável x, de modo que, sempre que um valor é dado a x, existe uma regra segundo a qual um único valor de y é determinado, então y é dito uma função da variável independente x”
(Sierpinska,1992)

Referências

TINOCO, Lucia. *Construindo o conceito de Função no 1º grau*. Projeto Função Matemática - Instituto de Matemática-UFRJ

CARAÇA, Bento de Jesus *Conceitos fundamentais da matemática*. Livraria Sá da Costa Editora, Lisboa.1984

GRUPO AZARQUIEL, *Ideas y actividades para enseñar álgebra*. Editorial Sintesis. 1993.

LIMA, Elon Lages . CARVALHO, Paulo C.P. WAGNER, Eduardo. MORGADO, Augusto C. *A matemática do Ensino Médio volume I* – Coleção do professor de matemática – SBM, Rio de Janeiro-RJ

VAN DE WALLE, John. *A Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em aula*. Trad Paulo Henrique Colonese – 6 ed Porto Alegre :Artmed,2009.