Laboratório de Ensino de Matemática

CAPÍTULO 7 - EXCESSO E FALTA (CHUN SHU).

Este capítulo contém 20 problemas que, com exceção de um deles, o problema 16, conduzem a soluções de uma equação linear ou de um sistema de duas equações lineares. As equações lineares são resolvidas pela Regra da Dupla Falsa Posição e os sistemas de duas equações lineares pela Regra do Excesso e Déficit. Mostraremos a relação entre estas duas regras.
A Regra da Dupla Falsa Posição foi trazida à Europa pelos árabes na Idade Média. Fibonacci, no seu livro *Liber Abaci*, reserva um capítulo, o 13, para esta regra. Este método não exige nenhuma álgebra, foi ensinado nos livros–textos de aritmética até recentemente, no século XIX.

Regra da Dupla Falsa Posição.

Dada uma equação linear $ax + b = c$, a regra consiste em fazer duas suposições diferentes (e provavelmente falsas) para x, obtendo (provavelmente) erros diferentes. Assim, assumindo $x = a_1$, obtém-se um erro c_1, deste modo, $aa_1 + b = c + c_1$. Assumindo $x = a_2$, obtém-se um erro c_2. Deste modo $aa_2 + b = c + c_2$.
Agora multiplique cruzado a_2c_1 e a_1c_2. Tome a diferença $(a_2c_1 - a_1c_2)$, e divida pela diferença dos erros, $c_1 - c_2$. Isto dá o valor de x. (este método funciona mesmo, veja no livro do Fernando Gouvea, *Matemática através dos tempos*, pg. 127).
Notação da multiplicação em cruz: $\begin{array}{ccc} c_1 & & c_2 \\ & \times & \\ a_1 & & a_2 \end{array}$

$$x = \frac{a_2c_1 - a_1c_2}{c_1 - c_2}$$

$$a = \frac{c_1 - c_2}{a_1 - a_2} \qquad e \qquad c - b = \frac{a_2c_1 - a_1c_2}{a_1 - a_2} \qquad \text{e}$$

$$x = \frac{c-b}{a} = \frac{a_2c_1 - a_1c_2}{c_1 - c_2} \qquad (1)$$

Regra do (um) excesso e (um) déficit.

Considere a regra do (um) Excesso e Déficit no caso onde x pessoas compram um item custando y moedas. Se cada uma pagar a_1, temos um excesso de c_1; se cada uma pagar a_2 temos um déficit de $-c_2$. No caso c_1 e c_2 são positivos. Supondo que $a_1 > a_2$, então temos o sistema

$$\begin{cases} a_1 x - y = c_1 \\ y - a_2 x = c_2 \end{cases}$$

Homogeneizando o sistema, ou seja, multiplicando a primeira equação por c_2 e a segunda por c_1, e subtraindo, obtemos $x\,(a_1 c_2 + a_2 c_1) = y\,(c_2 + c_1)$, ou seja

$$\frac{y}{x} = \frac{a_1 c_2 + a_2 c_1}{c_1 + c_2} \qquad (2).$$

Esta fórmula é a mesma que (1) acima. Na primeira encontramos o valor de x e na segunda, que vem de um problema de duas variáveis, x e y, a razão $\frac{y}{x}$, que é exatamente a parte que cada pessoa paga do objeto.
De (2) e das equações acima obtemos que

$$x = \frac{c_1 + c_2}{a_1 - a_2} \qquad y = \frac{a_1 c_2 + a_2 c_1}{a_1 - a_2}$$

O Capítulo 7 pode ser dividido em duas partes. Nos primeiros oito problemas são discutidos todos os possíveis casos e suas soluções sobre o problema do excesso e déficit.
Os Problemas de 1 a 4 possuem um excesso (ying (c_1)) e um déficit (buzu ($-c_2$)). Os Problemas 5 e 6, dois excessos ou dois déficits ($c_1 \cdot c_2 > 0$). O problema 7 tem um excesso e um ajuste exato ($c_1 > 0$ e $c_2 = 0$ ou $c_1 = 0$ e $c_2 > 0$). O problema 8 tem um déficit e um ajuste exato ($c_2 < 0$ e $c_1 = 0$ ou $c_2 = 0$ e $c_1 < 0$).

Os doze problemas restantes, exceto o 16 são resolvidos pela Regra da Dupla Falsa Posição e abrangem quatro temas: Problemas com distâncias, velocidades e tempo para corpos em movimento (Problemas 10, 11, 12 e 19) (no capítulo 6 as velocidades eram constantes, neste capítulo envolvem velocidades variadas), Problemas comerciais (Problemas 13, 17 e 20), Problemas variados (Problemas 9, 14, 15 e 18). O problema 16 não é resolvido pela regra da falsa posição, mas pela regra QILU (Regra de Três simples) do capítulo 2, do *Os nove capítulos da arte matemática*.

Neste capítulo são usadas as seguintes unidades de medida:

CAPACIDADE: dou e sheng.

1 dou = 10 sheng.
Pode-se considerar uma aproximação para 1 sheng = 200 ml

COMPRIMENTO, li chi e cun.

1 li = 1800 chi
1 chi = 10 cun

MASSA, jin, liang e zhu

1 jin = 16 liang
1 liang = 24 zhu.

Fizemos a escolha de alguns problemas que julgamos interessantes e não repetitivos.

Problema 1 - Várias pessoas compram em conjunto um objeto. Se cada pessoa contribuir com 8 moedas, sobram (excesso) 3; se cada pessoa pagar 7, faltam (déficit) 4. Quantas eram as pessoas e qual era o preço do objeto?
Resposta: 7 pessoas, preço do objeto 53.

Método: Regra do (1) excesso e (1) déficit.
Disponha as razões de contribuição em uma linha. Acima desta linha disponha o déficit e excesso correspondentes. Multiplique em cruz e combine-os como dividendo. Combine o excesso e déficit como divisor. Divida dividendo pelo divisor. Se forem frações, reduza-as (combinar significa subtrair).
Para relacionar o excesso e o déficit para o objeto comprado junto: conserve as razões de contribuição. Subtraia o menor do maior, tome o resto para reduzir o divisor e o dividendo. O dividendo reduzido é o preço de cada item. O divisor reduzido é o número de pessoas.

Ou seja, sejam x o número de pessoas comprando um objeto custando y moedas. Temos as equações que são geradas pelas informações do problema:

$8x - y = 3$ (sendo 3 o excesso de moedas), $y - 7x = 4$ (sendo 4 o déficit de moedas).

O método garante que $\frac{y}{x} = \frac{53}{7}$ e daí, como $8 - 7 = 1$, temos $y = \frac{53}{1} = 1$ e $x = \frac{7}{1} = 7$.

Problema 4 - Várias pessoas da comunidade compram gado. Se cada grupo de 7 famílias da comunidade contribuir com 190, o déficit é de 330. Se cada grupo de 9 famílias da comunidade contribuir com 270, o excesso é de 30. Qual o número de famílias da comunidade e o preço de cada gado?

Resposta: 126 famílias, preço do gado 3750.

Método: Sejam x o número de famílias da comunidade e y o preço do gado, logo $\frac{y}{x} = \frac{\frac{75000}{7}}{360}$, então $x = \frac{360}{\frac{20}{7}}$ e $y = \frac{\frac{75000}{7}}{\frac{20}{7}}$.

Solução atual: Podemos modelar o problema com as equações:

$$\begin{cases} \frac{190x}{7} = y - 330 \\ \frac{270x}{9} = y + 30 \end{cases}$$

que dão as soluções acima.

Problema 6 - Várias pessoas compram ovelhas. Se cada uma contribui com 5, o déficit é 45. Se cada uma contribui com 7, o déficit é 3. Qual é o número de pessoas, e qual é o preço de cada ovelha?

Resposta: 21 pessoas, preço da ovelha 150.

Método: Regra para dois déficits: Sejam x a quantidade de pessoas e y o preço de cada ovelha, então $\frac{y}{x} = \frac{-15+315}{-3+45} = \frac{300}{42}$. Logo $y = \frac{300}{2}$ e $x = \frac{42}{2}$.

Solução atual: Podemos modelar o problema com as equações:

$$\begin{cases} y - 5x = 45 \\ y - 7x = 3 \end{cases}$$

que dão as soluções acima.

Problema 7 - Algumas pessoas compraram porcos. Se todas as pessoas contribuírem com 100, o excesso é 100, se

contribuírem com 90 é exatamente o suficiente. Qual o número de pessoas e o preço de cada porco?
Resposta: 10 pessoas, preço do porco, 900.
Método: Regra para um excesso e um ajuste exato. Tome o excesso ou déficit como dividendo. Mantenha as razões de contribuição: subtraia a menor da maior, o resto é o divisor. Divida o dividendo pelo divisor, obtendo o número de pessoas. Para encontrar o preço do item multiplique o número de pessoas pela razão de contribuição (do ajuste exato). Este é o preço do item.
A regra significa que o número de pessoas é $\frac{c_1}{a_{1-}\, a_2}$, e o preço de cada item é $a_2 \cdot \frac{c_1}{a_{1-}\, a_2}$, se c_1 é o excesso ou o número de pessoas é $\frac{c_2}{a_{1-}\, a_2}$, e o preço de cada item é $a_1 \cdot \frac{c_2}{a_{1-}\, a_2}$, onde c_2 é o déficit.
Ou seja, sejam x a quantidade de pessoas e y o preço do porco. Então:
$x = \frac{100}{100-90} = 10$, e $y = 10 \cdot 90 = 900$.

Solução atual: das informações do problema temos:
$$\begin{cases} 100x - y = 100 \\ 90x - y = 0 \end{cases},$$
Resolvendo por Cramer, obtemos $x = 10$ e $y = 900$.
Os próximos problemas são resolvidos com a regra da Dupla Falsa Posição:

Problema 9 - Uma cuba com capacidade de 10 dou contém uma certa quantidade de painço descascado (sem casca). São adicionados grãos de painço (com casca) até encher a cuba. Quando o painço é descascado descobre-se que a cuba contém ao todo 7 dou de painço descascado.
Qual a quantidade de painço existente inicialmente na cuba?
Resposta: 2 dou e 5 sheng.
Método (dupla falsa posição): O método é supor originalmente que existam 2 dou (20 sheng) de painço descascado, o déficit é 2 sheng. Se a suposição for 3 dou, (30 sheng) o excesso é 2 sheng. Então, pela regra (1), a solução é $\frac{-60-40}{-2-2} = \frac{100}{4} = 25$ sheng que dá 2 dou e 5 sheng.

Solução atual: seja x a quantidade de painço que estava incialmente na cuba. Sabendo-se que a razão do painço descascado obtido do painço é $\frac{3}{5}$ (capítulo 2, pg 141 do livro de KANGSHEN, S. -

CROSSLEY, J. - LUN, A, W, C, - (1999) The *Nine Chapters on the Mathematical Art*), temos a equação: $\frac{3}{5}\,(10 - x) + x = 7$, cuja solução é $x\ =\ \frac{5}{2}$ dou ou seja, 2 dou e 5 sheng.

Problema 10 - Há um muro de 9 chi de altura. É plantada uma trepadeira em cima do muro, e o seu caule cresce para baixo 7 cun por dia. É plantada uma outra trepadeira abaixo do muro e o seu caule cresce para cima 1 chi por dia. Em quantos dias elas se encontram e quanto é que cada uma das plantas cresce?

Resposta: $5\frac{5}{17}$ dias, a planta de cima cresce 3 chi $7\frac{1}{17}$ cun; a de baixo cresce 5 chi $2\frac{16}{17}$ cun.

Método da dupla falsa posição. Se assumirmos 5 dias, o crescimento conjunto será de 5 vezes 17 cun, ou seja 85 cun, o que acarreta um déficit de 5 cun. Se forem 6 dias, o crescimento conjunto será de 6 vezes 17 = 102 cun, o que gerará um excesso de 1 chi 2 cun que é igual a 12 cun. Usando o método da dupla falsa posição obtemos:

$$\begin{array}{ccc} 5 & \times & -5 \\ 6 & & 12 \end{array}$$

$$\frac{-30 - 12\,.\,5}{-5\ -\ 12} = \frac{90}{17}$$

$\frac{90}{17}$ = $5\frac{5}{17}$ dias.

Multiplicando esse tempo pela taxa de crescimento de cada planta, chegaremos à resposta: 7 cun . $\frac{90}{17}$ = $\frac{630}{17}$ cun ou 3 chi 7 $\frac{1}{17}$ cun para a planta de cima e 10 cun . $\frac{90}{17}$ = $\frac{900}{17}$ cun ou 5 chi 2 $\frac{16}{17}$ cun.

Solução atual: sejam c a posição da planta que cresce para baixo, b a posição da planta que cresce para cima e t o tempo de crescimento (para cima ou para baixo).Temos :

$c\ =\ 90 - 7t$ e $b\ =\ 10t$. Quando se encontram, $c\ =\ b$, ou $90 - 7t\ =\ 10t$, e $t\ = \frac{90}{17}$ dias que é igual a $\left(5\ \frac{5}{17}\right)$. A planta de cima cresce para baixo (nesse intervalo), $90 - 7\ \cdot\ \frac{90}{17}$ chi, ou seja, 3 chi 7 $\frac{1}{17}$ cun e a planta de baixo cresce para cima , $10\ \cdot\ \frac{90}{17}$, ou seja, 5 chi 2 $\frac{16}{17}$ cun.

Problema 12 - Há uma parede com 5 chi de espessura, dois ratos escavam em direções opostas, um túnel. No primeiro dia o rato grande escava 1 chi *e* o pequeno, também, escava 1 chi. A partir do segundo dia o rato grande duplica, diariamente, o que escava e o pequeno reduz, diariamente, a metade do que escava. Em quantos dias os dois ratos se encontram? Quais as distâncias escavadas pelos dois?

Resposta: $2\ \frac{2}{17}$ dias. A distância escavada pelo rato grande é de 3 chi $4\ \frac{12}{17}$ cun e do rato pequeno 1 chi $5\ \frac{5}{17}$ cun .

Usando o método da dupla falsa posição,

$$\begin{array}{ccc} -0{,}5 & \times & 3{,}75 \\ 2 & & 3 \end{array}$$

Obtemos o número de dias igual a $\frac{2 \cdot 3{,}75+3 \cdot 0{,}5}{3{,}75+0{,}5} = \frac{9}{4{,}25}$, que é igual a $2\ \frac{2}{17}$ dias.

No terceiro dia a velocidade do rato maior é 4 chi por dia e do rato menor, $\frac{1}{4}$ chi por dia. Logo o rato grande cava, no terceiro dia, $4 \cdot \frac{2}{17}$ que é igual a $\frac{8}{17}$ chi e o rato pequeno, $\frac{1}{4} . \frac{2}{17}$ que é igual a $\frac{1}{34}$ chi.
Somando os resultados dos comprimentos, eles cavaram respectivamente:

rato grande: $1\ +\ 2\ +\ \frac{8}{17}\ =\ 3\ \frac{8}{17}$ chi = 3 chi $4\ \frac{12}{17}$ cun
rato pequeno: $1\ +\ \frac{1}{2} + \frac{1}{34}\ =\ 1\ \frac{9}{17}$ chi = 1 chi $5\ \frac{5}{17}$ cun.

Solução atual: relação entre y_s (distância percorrida pelo rato pequeno em x dias e v_s (velocidade do rato pequeno).

x	v_s	y_s
$0 \leq\ x\ < 1$	1	$1\ .\ x$
$1 \leq\ x\ < 2$	$\frac{1}{2}$	$1 + \frac{1}{2}\ .(x-1)$
$2 \leq\ x\ < 3$	$\frac{1}{4}$	$1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{4}\ .(x-2)$
		...

sejam y_g (distância percorrida pelo rato grande em x dias) e v_g (velocidade do rato grande).

x	v_g	y_g
$0 \leq x < 1$	1	$1 \,.\, x$
$1 \leq x < 2$	2	$1 + 2 \,.\, (x - 1)$
$2 \leq x < 3$	4	$1 + 2 + 4 \,.\, (x - 2) + \dfrac{1}{4} \,.\, (x - 2)$
		...

Os dois ratos devem se encontrar no intervalo $(2\,,3)$,ou mais precisamente em

$1 + 2 + 4(x - 2) + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}(x - 2) = 5$,ou seja, $x = 2\ \frac{2}{17}$ dias.

Problema 18 – Sejam 9 moedas de ouro e 11 moedas de prata pesando o mesmo. Uma peça é trocada; o original é 13 liang mais leve. Qual é o peso de cada peça?

Resposta: uma peça de ouro pesa 2 jin 3 liang 18 zhu,e uma peça de prata pesa 1 jin 13 liang 6 zhu

Método: Supondo 3 jin de ouro e $2\ \frac{5}{11}$ jin para a prata o déficit é $4\ \frac{5}{11}$; coloque isto na coluna da esquerda (i). Supondo 2 jin para o ouro, $1\ \frac{1}{11}$ jin para a prata; o excesso é de $1\ \frac{4}{11}$; coloque na coluna da direita (ii). Use o denominador para multiplicar os números que não são inteiros (iii). Use o excesso e o déficit e multiplique em cruz as razões. Tome a soma como dividendo. Tome o excesso mais o déficit como divisor. Divida o dividendo pelo divisor para obter o peso de uma peça de ouro (iv). Multiplique o denominador pelo divisor e use o dividendo para dividir obtendo om peso da prata(v).

	i	ii	iii	
Ouro	3	2	3	2
Prata	$2\ \dfrac{5}{11}$	$1\ \dfrac{7}{11}$	27	18

Excesso/déficit	$4\,\frac{5}{11}$	$1\,\frac{4}{11}$	49	15

(iv) Uma peça de ouro pesa $\frac{2\cdot 49+3\cdot 15}{49+15}=2\frac{15}{64}$ jin

(v) Uma peça de prata pesa $\frac{18\cdot 49+27\ \cdot 15}{(49+15)\cdot 11}=1\frac{53}{64}$ jin

Liu: De acordo com o método, supondo 9 peças de ouro e 11 peças de prata, ambas pesam 27 jin. Divida por 9 para o ouro, obtém 3 jin. Divida por 11 para a prata, obtém $2\,\frac{5}{11}$ jin. Estas são, respectivamente, o peso de uma peça de ouro ou de prata. De 27 jin de ouro, subtraia o peso de uma peça de ouro e some o peso uma peça de prata. De 27 jin de prata, subtraia uma peça de prata e some uma peça de ouro. Assim o ouro pesa $26\,\frac{5}{11}$ jin e a prata pesa $26\,\frac{5}{11}$ jin. Subtraia o menor do maior. O total de ouro ficou mais leve $17\,\frac{5}{11}$ liang, que é $4\,\frac{5}{11}$ liang acima dos 13 liang. Depois de multiplicado pelo denominador o numerador é 49 (déficit). Agora suponhamos 9 peças de ouro pesando 2 jin cada peça. Assim 9 peças pesam 18 jin. 11 peças de prata pesam um total de 18 jin também. Divida por 11 e obtenha $1\,\frac{7}{11}$ jin uma peça. Este é o peso de uma peça de prata. Agora de 18 jin de ouro subtraia uma peça de ouro e some uma de prata. Também subtraia uma peça de prata (da prata) e adicione-a ao ouro. Então o ouro pesa $17\,\frac{7}{11}$ jin e a prata pesa $18\,\frac{4}{11}$ jin. Subtraia o menor do maior. Então o total do ouro é mais leve por $\frac{8}{11}$, que comparado com 13 liang é menor por $1\,\frac{4}{11}$ liang. Depois de multiplicar pelo denominador o numerador é 15. Resolva pela regra do excesso e falta. Divida o dividendo pelo divisor e obtenha o peso de uma peça de ouro “multiplicar o denominador pelo divisor e use o dividendo para dividir”, significa o denominador para prata. Uniformize para obter o peso da prata.

Solução atual: sejam x liang o peso de cada peça de ouro e y liang o peso de cada peça de prata, então temos:

$9x = 11y$ e $10y + x = 8x + y + 13$, resolvendo por Cramer $x = \frac{143}{4}$ liang = 2 jin 3 liang 18 zhu e $y = \frac{117}{4}$ liang $=$ 1 jin 13 liang 6 zhu.

Problema 19 - Dois cavalos, um bom e um mau, partem de Chang'an para Qi. A distância entre Chang'an e Qi é de 3000 li. O cavalo bom avança no primeiro dia 193 li, e nos dias seguintes, aumenta por dia o seu percurso 13 li. O cavalo mau avança 97 li no primeiro dia e diminui diariamente nos dias seguintes o seu percurso em meio li por dia. O cavalo bom chega primeiro a Qi depois volta pelo mesmo caminho e encontra o cavalo mau. Ao fim de quantos dias os dois cavalos se reencontram e que distância é que cada um deles percorreu?

Resposta: $15\frac{135}{191}$ dias até se encontrarem, o cavalo bom viajou $4534\ \frac{46}{191}$ li, e o cavalo mau viajou $1465\ \frac{145}{191}$ li.

Método da dupla falsa posição: assume 15 dias, déficit 337 $\frac{1}{2}$ li; assume 16 dias, excesso 140 li Multiplique em cruz o excesso e o déficit pelos números assumidos e soma-os como dividendo. Excesso mais déficit como divisor. Divida o dividendo pelo divisor para obter o número de dias. Simplifique o resto pelo máximo divisor comum e expresse como uma fração, ou seja,

$$\begin{array}{ccc} 15 & \times & -337\frac{1}{2} \\ 16 & & 140 \end{array}$$

$$\frac{15 \cdot 140+16 \cdot 337\frac{1}{2}}{140 \cdot 337\frac{1}{2}} = \frac{2100+5400}{477\frac{1}{2}} = \frac{7500}{\frac{955}{2}} = \frac{2 \cdot 7500}{955} = \frac{15000}{955} = \frac{3000}{191} = 15\frac{135}{191}$$

dias.

Liu: A distância que o cavalo bom viajou foi $(193\ +\ 13\ \cdot\ \frac{14}{2})\ \cdot\ 15\ +\ (193+\ 13\ \cdot\ 15)\ \cdot\ \frac{135}{191}\ =\ 4534\ \frac{46}{191}$ e a do cavalo mau $(97 - \frac{1}{2}\ \cdot\ \frac{14}{2})\ \cdot\ 15\ +\ (97 - \frac{1}{2}\ \cdot\ 15\ )\ \cdot\ \frac{135}{191}\ =\ 1465\ \frac{145}{191}$

Solução atual: relação entre y_b (distância percorrida pelo cavalo bom em x dias e v_b (velocidade do cavalo bom).

x	v_b	y_b
$0 \leq\ x\ < 1$	193 por dia	$193x$
$1 \leq\ x\ < 2$	$(193\ +\ 13)$ por dia	$193 + (193 + 13)\ (x - 1)$
$2 \leq\ x\ < 3$	$(193\ +\ 13 + 13)$ por dia	$193 + (193 + 13) + (193 + 13\ \cdot\ 2)\ (x - 2)$
$n\ \leq\ x\ < n + 1$	...	$193 + (13\ \cdot (n - 1))n + (193 + 13n)\ (x - n)$

sejam y_m (distância percorrida pelo cavalo mau em x dias) e v_m (velocidade do cavalo mau).

x	v_m	y_m

$0 \leq x < 1$	97 por dia	$97x$
$1 \leq x < 2$	$\left(97 - \frac{1}{2}\right)$ por dia	$97 + \left(97 - \frac{1}{2}\right)(x-1)$
$2 \leq x < 3$	$\left(97 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right)$ por dia	$97 + \left(97 - \frac{1}{2}\right) + \left(97 - \frac{1}{2} \cdot 2\right)\ (x-2)$
		...
$n \leq x < n+1$	...	$97 + \left(97 - \frac{n-1}{4}\right)n + \left(97 - \frac{n}{2}\right)\ (x-n)$

Obtivemos usando o aplicativo Excel que a solução deve estar no intervalo $(15\,,16)$.
Assim tomamos a equação:
$\left(193 + 13 \cdot \frac{14}{2}\right) \cdot 15 + (193 + 13\ \cdot 15)\ (x - 15) + \left(97 - \frac{14}{4}\right) \cdot 15 + \left(97 - \frac{15}{2}\right)\ (x - 15) - 3000 = 3000$, cuja solução é $x = \frac{3000}{191} = 15 + \frac{135}{191}$.

Problema 20 - Um homem de negócios investiu dinheiro em Shu. Os juros eram 10:3 [ou seja, 30%]. Ele retirou 14000 da primeira vez; 13000 da vez seguinte; 12000 da vez seguinte; 11000 da vez seguinte; 10000 da última vez. Depois das 5 retiradas o saldo zerou. Qual foi o capital e qual foi o juro?
Resposta: capital $30\,468\ \frac{84876}{371293}$ moedas, juro $29531\ \frac{286417}{371293}$ moedas.

Método da dupla falsa posição: supondo o capital 30000, teve um déficit de $1738\ \frac{1}{2}$ moedas, se o capital for de 40000, o excesso é de 35390 moedas e 8 fen.

(1 fen significa $\frac{1}{10}$ de moeda).

Pela regra da dupla falsa posição

$$\begin{array}{ccc} -1738\ \frac{1}{2} & & 35390{,}8 \\ & \times & \\ 30000 & & 40000 \end{array}$$

O capital inicial é de $\frac{1131264000}{37129{,}3} = 30468\ \frac{84876}{371293}$ moedas.

Liu explica o método. Se o capital for de 30000 moedas, somando com o juro, temos 39000. Subtraindo a primeira retirada, que é de 14000, o resto mais juro dá 32500. Subtraia a segunda retirada, que é de 13000 e o resto mais juro dá 25350. Subtraia a terceira retirada, que é de 12000 o resto mais juro dá 17355. Subtraia a quarta retirada que é de 11000, o resto mais juro dá $8261\ \frac{1}{2}$ moedas. Subtraia a quinta retirada, que é de 10000, o resto mais juro dá um déficit de $1738\ \frac{1}{2}$ moedas. Fazendo o mesmo, se o capital for de 40000, teremos um excesso de 35390 moedas e 8 fen.

Solução atual: se x moedas é o capital inicial, temos

$$\left(\left(\left((x\ \cdot\ 1{,}3-14000)\ \cdot\ 1{,}3-13000\right)\ \cdot\ 1{,}3-12000\right)\ \cdot\ 1{,}3-11000\right) \cdot\ 1{,}3-10000=0$$

Logo $x\ =\ 30468\ \frac{84876}{371293}$ moedas.

Somando todo o dinheiro e subtraindo do capital obtemos o juro.