

### CAPÍTULO 3 - DISTRIBUIÇÃO POR PROPORÇÃO (TSHUI FEN)

Os 20 problemas deste capítulo tratam de distribuições proporcionais, incluindo proporções diretas, inversas e compostas. Assim ele pode ser visto como uma continuação da regra de três do capítulo 2.

O problema 1 trata de proporcionalidade direta.

**Problema 1 - Existem 5 oficiais de diferentes escalões (posições hierárquicas): Dafu, Bugeng, Zanniao, Shangzao e Gongshi. Juntos caçaram 5 cervos. Se a divisão da caça deve ser feita de acordo com sua posição hierárquica, quanto cada um deverá receber?**

**Resposta:** Dafu receberá  $1\frac{2}{3}$  de cervo, Bugeng receberá  $1\frac{1}{3}$  de cervo, Zanniao receberá 1 cervo, Shangzao receberá  $\frac{2}{3}$  de cervo e Gongshi receberá  $\frac{1}{3}$  de cervo.

**Método:** Mantenha o peso de cada posição como a razão da distribuição. Tome sua soma como divisor. Multiplique 5 cervos por cada razão como dividendo. Divida, dando o número de cervos para cada oficial.

Liu: O peso para cada posição significa Dafu 5, Bugeng 4, Zanniao 3, Shangzao 2 e Gongshi 1. Pelas regras vigentes, “conceder recompensas de acordo com suas posições”, as razões de distribuição são as razões buscadas, sua soma, as razões dadas e a quantidade de cervos, os números dados. Aplicando a regra obteremos a resposta.

Em linguagem moderna:

Seja  $x$  a quantidade de cervos que Gongshi deverá receber,  $2x$  para Shangzao,  $3x$  para Zannio,  $4x$  para Bugeng e  $5x$  para Dafu.

$$5x + 4x + 3x + 2x + x = 5, 15x = 5.$$

$$x = \frac{1}{3} \text{ cervo}, \quad 2x = \frac{2}{3} \text{ cervo}, \quad 3x = 1 \text{ cervo}, \quad 4x = 1\frac{1}{3} \text{ cervo},$$

$$5x = 1\frac{2}{3} \text{ cervo}$$

O problema 2 trata de uma sequência geométrica.

**Problema 2: Uma vaca, um cavalo e um carneiro comeram todas as sementes de um campo. O dono do campo pediu 5 dou de grãos de milho como compensação. O dono do carneiro disse: meu carneiro come metade do que come um cavalo. O dono do**

**cavalo disse: meu cavalo come metade do que come uma vaca. A compensação deve ser distribuída de acordo com as razões. Quanto pagará cada um?**

**Resposta:** O dono da vaca paga 2 dou  $8\frac{4}{7}$  sheng, o dono do cavalo paga 1 dou  $4\frac{2}{7}$  sheng e o dono do carneiro paga  $7\frac{1}{7}$  sheng.

**Método :** Mantenha as razões para distribuição : vaca 4, cavalo 2 e carneiro 1. Tome sua soma como divisor. Multiplique por 5 dou por cada razão como dividendo. Divida dando o número de dou.

Método moderno:

$$\frac{\text{quanto come o carneiro}}{\text{quanto come o cavalo}} = \frac{1}{2} : 1$$
$$\frac{\text{quanto come o carneiro}}{\text{quanto come a vaca}} = \frac{1}{4} : 1$$

$$\frac{1}{4} : \frac{1}{2} : 1 = 1 : 2 : 4$$

$x$  : quanto come o carneiro.

$$x + 2x + 4x = 5$$

$$7x = 5$$

$$x = \frac{5}{7} \text{ dou} = \frac{50}{7} \text{ sheng} = 7\frac{1}{7} \text{ sheng. ( para o carneiro).}$$

O problema 8 trata de proporcionalidade inversa.

**Problema 8 – Existem 5 oficiais de diferentes escalões (posições hierárquicas): Dafu, Bugeng, Zangiao, Shangzao e Gongshi. Juntos devem pagar o total de 100 moedas. Se este pagamento deve ser partilhado de acordo com o escalão de cada um, o mais importante paga menos e o de menor importância paga mais. Quanto deverá pagar cada um?**

**Resposta:** Gongshi paga  $43\frac{109}{137}$ , Shangzao paga  $21\frac{123}{137}$  moedas, Zanniao paga  $14\frac{82}{137}$  moedas, Bugeng paga  $10\frac{130}{137}$  moedas e Dafu paga  $8\frac{104}{137}$  moedas.

**Método:** Mantenha os recíprocos das posições como razões para compartilhar. Tome sua soma como divisor. Multiplicando 100 moedas por cada razão, temos cada dividendo. Divida dando o número de moedas de cada posição.

Ou seja: Como a distribuição é inversamente proporcional à posição hierárquica, o de menor escalão deverá pagar 1 cota, o segundo em posição meia cota, o terceiro um terço da cota, o quarto um quarto

da cota e o mais graduado um quinto da cota. A soma das cotas é 100 moedas. Basta multiplicar o denominador da soma das cinco cotas por 100 e dividir pelo numerador para encontrar o valor de uma cota, que será atribuída ao de menor graduação (Gongshi). Os outros oficiais terão seu pagamento calculado de acordo com a cota que lhe cabe.

Proposta moderna de resolução: o primeiro (em importância) deve pagar  $\frac{1}{5}$  do rateio, denotado por  $x$ , o segundo  $\frac{1}{4}$ , o terceiro  $\frac{1}{3}$ , o quarto  $\frac{1}{2}$  e o quinto 1 unidade. Assim :

$$\frac{x}{5} + \frac{x}{4} + \frac{x}{3} + \frac{x}{2} + x = 100; \frac{137x}{60} = 100,$$

$$x = 43 \frac{109}{137}, \frac{x}{2} = 21 \frac{123}{137}, \frac{x}{3} = 14 \frac{82}{137}, \frac{x}{4} = 10 \frac{130}{137}, \frac{x}{5} = 8 \frac{104}{137}.$$

**Problema 20: Se alguém empresta 1000 moedas a um juro mensal de 30 moedas, quanto de juro deverá ser pago se emprestar 750 moedas por 9 dias?**

**Resposta:** O juro deverá ser de  $6 \frac{3}{4}$  de moeda.

**Método:** Tome um mês com 30 dias e multiplique por 1000 moedas, como divisor. Multiplique o juro 30 pelo número de moedas do empréstimo, e ainda por 9 dias como dividendo. Divida, dando o número de moedas.

Ou seja: considere um mês de 30 dias. O produto  $30 \cdot 1000$  será o divisor. O empréstimo de 750 moedas por 9 dias deverá gerar um juro de  $750 \cdot 9 \cdot 30$ , se considerarmos a taxa para 30 dias. Dividindo-o por 30000 obtém-se a taxa de 6,75 moedas, ou seja,  $6 \frac{3}{4}$  de moeda.

Outra forma de resolver o problema é por meio de uma tabela que pode ser construída com os alunos do oitavo ano do Ensino Fundamental:

Quantidade de moedas (a)	Dias (b)	a . b	Juro (a.b/1000)
1000	30	30000	30
1000	3	3000	3
1000	9	9000	9
3000	9	27000	27
750	9	6750	6,75 ou $6 \frac{3}{4}$

