

CAPÍTULO 2 – CEREAIS (SU MEI).

O capítulo 2 trata de taxas de conversão entre quantidades apresentadas em capacidade ou massa e geralmente aplica regras de proporção.

Os tipos de problemas apresentados são:

- Uso da regra Jinyou (regra de três) – problemas 1 até 24.
- Transformação entre diferentes tipos de grãos – problemas 25 a 31.
- Uso da regra Jinglu A (divisão entre inteiros) – problemas 32 e 33
- Uso da regra Jinglu B (divisão entre racionais) – problemas 34 a 37
- Regra Qilu – uma variação da regra Jinglu para o caso em que se deseja saber quantas moedas são necessárias para comprar um item. Normalmente não há respostas com frações – problemas 38 a 43.
- Regra Qilu inversa – usada quando o número de itens é maior que o número de moedas. Nesse caso a resposta é “quantos itens compra uma moeda ao invés de quantas moedas são necessárias para comprar um item” – problemas 44 a 46.

No capítulo 2 são usadas as seguintes unidades de medida:

CAPACIDADE

1 *hu* = 10 *dou*
1 *dou* = 10 *sheng*
1 *sheng* = 10 *ge*
1 *ge* = 2 *yue*

Pode-se considerar uma aproximação para 1 *sheng* = 200 ml

MASSA

1 *dan* = 4 *jun*
1 *jun* = 30 *jin*
1 *jin* = 16 *liang*
1 *liang* = 24 *zhu*

Pode-se considerar uma aproximação para 1 *jun* de 250 g.

Fizemos a escolha de alguns problemas que julgamos interessantes e não repetitivos.

Vamos conservar a numeração dos problemas como no livro.

Para os problemas de 1 a 24 faz-se uso da tabela abaixo, que apresenta as taxas de conversão entre diferentes tipos de grãos. A resolução é feita com o uso da regra Jinyou (regra de três), cujo enunciado é: “Tome o número dado e o multiplique pela taxa procurada. O produto é o dividendo. A taxa dada é o divisor. Faça a divisão”.

TABELA PARA CONVERSÃO DE MILHO E ARROZ

Grão de milho	50
Milho descascado	30
Arroz com casca	60
Grão de trigo	45
Trigo moído grosso	54

Problema 1- Dado 1 *dou* de grãos de milho, obter a quantidade correspondente de milho descascado.

Resposta: 6 *sheng* de milho descascado

Método: Usar a tabela de conversão (regra Jinyou), multiplicar por 3 e dividir por 5. Note que a correspondência é de 30 para 50.

Como 1 *dou* = 10 *sheng*, obtemos: $\frac{10 \cdot 30}{50} = 6 \text{ sheng}$.

Problema 15 - Temos 7 *dou* e $5 \frac{4}{7}$ *sheng* de grãos de milho para trocar por grãos de arroz com casca. Quanto obteremos em grãos de arroz com casca?

Resposta: 9 *dou* $\frac{24}{35}$ *sheng* de arroz com casca.

Método: (Regra Jinyou) multiplique o valor disponível por 6 e divida por 5.

De fato, pela tabela de conversão temos grão de milho: 50 e arroz com casca: 60.

Como 7 *dou* e $5 \frac{4}{7}$ *sheng* = $75 \frac{4}{7}$ *sheng*,

$$\frac{75 \frac{4}{7} \cdot 6}{5} = \frac{529}{35} \cdot 6 = \frac{3174}{35} = 90 \frac{24}{35} \text{ sheng} = 9 \text{ dou} \frac{24}{35} \text{ sheng}$$

Problema 31 - 1 *dou* de grãos de trigo corresponde a quanto de trigo moído grosso?

Resposta: 1 *dou* e 2 *sheng* de trigo moído grosso.

Método: (Regra Jinyou) A taxa de transformação de trigo em trigo moído grosso é de 45 para 54. Para simplificar a conta, usa-se o máximo divisor comum entre 45 e 54, obtendo a razão 5 para 6,

logo divide-se 1 *dou* por 5 e multiplica-se o resultado por 6, obtendo 1,2 *dou* ou 1 *dou* e 2 *sheng*.

Regra Jinglu A.

Tome o número de itens comprados como divisor e o número de moedas pago como dividendo. Divida.

De acordo com a regra Jinglu A, a quantidade de moedas é o número dado. 1 item é a taxa procurada e o número de itens comprados é a taxa dada. Usando a regra de três (Jinyou) obtém-se o número procurado. O problema 32 é um exemplo da regra Jinglu A, quando a divisão é feita entre inteiros.

Problema 32 - 160 moedas compram 18 tijolos. Quanto custa cada tijolo?

Resposta: cada tijolo custa $8\frac{8}{9}$ moedas.

Método: Divida 160 por 18, obtendo a quantidade de moedas procurada.

$$\frac{160}{18} = \frac{8 \cdot 18 + 16}{18} = 8\frac{8}{9}$$

Regra Jinglu B.

Tome a taxa procurada e multiplique pelo número de moedas como dividendo, tome o número de itens comprados como divisor. Divida.

Observe que esta regra é exatamente a divisão de frações do capítulo 1.

O problema 34 é resolvido com uso da regra Jinglu B.

Problema 34 - 5785 moedas são necessárias para comprar 1 *hu*, 6 *dou* e $7\frac{2}{3}$ *sheng* de laca. Quanto custa 1 *dou* de laca?

Resposta: 1 *dou* de laca custa $345\frac{15}{503}$ moedas.

Método: use a regra Jinglu B.

Primeiro transforme a medida em *sheng*:

$$1 \text{ hu}, 6 \text{ dou} \text{ e } 7\frac{2}{3} \text{ sheng} = \frac{503}{3} \text{ sheng}.$$

Então o preço unitário, isto é a taxa procurada é igual a

$$5785 \cdot 1 : \frac{503}{3} = 5785 \cdot 1 \cdot \frac{3}{503} = \frac{17355}{503} \text{ sheng} = \frac{173550}{503} \text{ dou} = 345\frac{15}{503} \text{ dou}.$$

Para os próximos problemas será necessário usar a **REGRA QILU** e sua correspondente **REGRA QILU INVERSA**. Em notação moderna é o seguinte :

Sejam: a uma quantidade de moedas e b a quantidade de itens que a pode comprar,

Regra QILU: Se $a > b$, então o preço unitário de cada item é maior que uma moeda. Se a/b não resulta em um número inteiro, e como na China antiga não havia uma definição para valores menores do que uma moeda, *Os nove capítulos da arte matemática* apresenta uma forma de representar essa situação:

$$a = bq + r \text{ [*]} \quad (\text{divisão euclidiana}) \quad (0 < r < b), \quad \text{então}$$

$$\frac{a}{b} = q + \frac{r}{b} \quad \text{e, conseqüentemente, o valor unitário } x, \text{ satisfaz}$$

$$q < x < q + 1$$

Fica implícito que devem existir itens de menor qualidade custando uma moeda a menos que o item de qualidade superior e que o valor médio situa-se entre esses dois valores. Se tomarmos r itens da qualidade superior custando $q + 1$ moedas cada, e o resto, $b - r$, (itens de qualidade inferior) custando q moedas cada, o total de moedas a ser pago é exatamente:

$r(q + 1) + (b - r)q = qb + r = a$, sendo então $r(q + 1)$ o valor pago para a quantidade de itens de qualidade superior e $(b - r)q$ de inferior.

Problema 38 - 576 moedas são necessárias para comprar 78 bambus. Os bambus são classificados em grossos ou finos. Quanto custa cada um em moedas?

Resposta: 7 moedas para cada um dos 48 bambus finos e 8 moedas para cada um dos 30 restantes.

Método: Usa-se aqui a **regra QILU**: $a = 576$ e $b = 78$, temos $q = 7$ e $r = 30$.

Assim $r = 30$ bambus de qualidade superior custando $(7+1) = 8$ moedas cada um e $(b - r) = 48$ bambus de qualidade inferior, custando 7 moedas cada um.

Problema 44 - 3970 moedas são necessárias para comprar 1 dan, 2 jun, 28 jin 3 liang e 5 zhu de seda. A seda é classificada como de qualidade inferior e superior. Quanto custa cada tipo em zhu?

Para a conversão deve-se usar:

$$1 \text{ dan} = 46080 \text{ zhu}$$

$$1 \text{ jun} = 11520 \text{ zhu}$$

$$1 \text{ jin} = 384 \text{ zhu}$$

1 *liang* = 24 *zhu*

Resposta: 6 *zhu* por moeda para pagar 60594 *zhu* de seda de qualidade superior, o que resulta em 1 *dan*, 1 *jun*, 7 *jin*, 12 *liang* e 18 *zhu*.

5 *zhu* por moeda para pagar 19355 *zhu* de seda de qualidade inferior, o que resulta em 1 *jun*, 20 *jin*, 6 *liang* e 11 *zhu*.

Método: Regra QILU inversa: Como $a < b$, então o valor unitário é menor que uma moeda. Neste caso, a idéia é mudar o questionamento para quantos itens podem ser comprados com uma moeda, daí ser chamada de **regra QILU inversa**.

De [*] acima ,

$\frac{b}{a} = p \frac{s}{a}$, sendo ($0 < s < a$) e, como supomos que uma moeda compra y itens, $p < y < p + 1$

Assim como na regra QILU, está implícito que, simetricamente (em relação à regra QILU), uma pessoa compra mais itens de inferior qualidade por moeda que de qualidade superior. Assim, se usamos s moedas do total a para os itens de qualidade inferior, custando $p + 1$ itens por moeda, o restante, $a - s$, moedas será usado para comprar os itens de qualidade superior. O total de itens a serem comprados é:

$s(p + 1) + (a - s)p = pa + s = b$, sendo então $s(p + 1)$ a quantidade de itens de qualidade inferior e $a - sp$ é a quantidade de itens de qualidade superior.

No problema, temos

1 *dan*, 2 *jun*, 28 *jin* 3 *liang* e 5 *zhu* = 79109 *zhu*, = b , $a = 13970$

$79949 : 13970 = 5$ (parte inteira) = p

Pela regra Qilu inversa,

$s(p + 1) + (a - s)p = pa + s = b$

$s \cdot 6 + (13970 - s) 5 = 79949$

$6s + 69850 - 5s = 79949$

$s = 10099$ *zhu*

$p = 5$

$p + 1 = 6$

$s(p + 1) = 6 \cdot 10099 = 60594$ *zhu*.