



Justifique todos os argumentos. Respostas sem justificativas **não** serão consideradas.

1 Seja $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $f \in C^2$, e considere o problema

Minimizar $f(x)$ sujeita a $x \in \mathbb{R}^n$.

Explique como aplicar o Método de Newton convenientemente e cite vantagens e desvantagens desse método.

2 Sejam $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $f \in C^2$, $x^0 \in \mathbb{R}^n$ e considere um Método Secante da forma,

$$x^{k+1} = x^k - B_k^{-1} \nabla f(x^k), \quad \|B_k\| \leq M, \quad k = 0, 1, 2, \dots,$$

em que as matrizes B_k são definidas positivas e tais que $\lim \|B_{k+1} - B_k\| = 0$. Assumindo que $\lim x^k = x^*$:

(a) Prove que $\nabla f(x^*) = 0$.

(b) Prove que $\lim \frac{\| [B_k - \nabla^2 f(x^*)] (x^{k+1} - x^k) \|}{\|x^{k+1} - x^k\|} = 0$.

(c) O que se pode afirmar sobre a taxa de convergência?

3 Sejam $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$ simétrica, $c \in \mathbb{R}^n$, $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $b \in \mathbb{R}^m$ e considere $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \frac{1}{2} x^T Q x + c^T x$ e $S = \{x \in \mathbb{R}^n \mid Ax = b\} \neq \emptyset$. Suponha que exista $x^* \in \mathbb{R}^n$, minimizador local de f em S . Prove que:

(a) x^* é um minimizador global de f em S .

(b) Se Q é não singular então x^* é único.

(c) Exiba um exemplo para $n = 2$ e ilustre graficamente.

4 Sejam $f, g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $f, g \in C^2$. Quais são as condições necessárias para que $x^* \in \mathbb{R}^n$ seja um minimizador local de f restrita ao conjunto $\{x \in \mathbb{R}^n \mid g(x) \leq 0\}$? Descreva um método numérico para encontrar x^* . Inclua qualquer hipótese que achar necessária e comente sobre a inicialização e critérios de parada para o algoritmo proposto.