

MS520 - Estrutura Matemática da Mecânica MT803 – Tópicos de Matemática Aplicada (2S/2018)

Samuel Rocha de Oliveira

June 2025

Carga Horária

4 créditos = 60 horas

Ementa

Princípios de Mecânica, leis de Newton. Problemas de dois corpos. Alguns problemas matemáticos associados ao problema de três corpos. Formulação Lagrangiana da mecânica. Simetrias. Variedades simpléticas. Formulação Hamiltoniana da mecânica. Transformações canônicas. Invariantes integrais de Poincaré. Formulação de Hamilton-Jacobi.

Ensino Baseado em Problemas (PBL)

- Cada módulo inicia com **problemas representativos**
- Estudantes estudam os conceitos matemáticos para resolver os problemas
- Integração de métodos analíticos e computacionais
- Avaliação baseada em participação, projetos e portfólios

Integração Computacional

- **Mathematica** ou **Python/SymPy** para cálculos simbólicos
- **Machine Learning** para sistemas dinâmicos complexos
- **Visualização computacional** geométrica e de variedades simpléticas
- **Simulações numéricas** de problemas de N-corpos

Estrutura Modular

Módulo I: Mecânica Newtoniana Revisitada (Semanas 1–3)

Problema Motivador: *”Por que GPS precisa de relatividade?”*

Semana 1: Fundamentos e limitações newtonianas

Leitura: Arnold Cap. 1 §1–3; Goldstein Cap. 1 §1.1–1.3

Computacional: Simulação de órbitas

IA: Redes neurais para previsão orbital

Semana 2: Vínculos e coordenadas generalizadas

Leitura: Arnold Cap. 2 §4–5, §9–10; Goldstein Cap. 1 §1.3–1.4

Atividade: Pêndulo duplo, visualização de movimentos complexos

Semana 3: Sistemas de referência não-inerciais

Leitura: Arnold Cap. 1 §2; Goldstein Cap. 4 §4.9–4.10

Pesquisa: Efeitos de Coriolis em fluxos e trilhos

Avaliação: Portfólio digital (análises + códigos + reflexões)

Módulo II: O Problema de N-Corpos (Semanas 4–6)

Problema Motivador: *”Estabilidade do Sistema Solar: Determinística ou Caótica?”*

Semana 4: Dois corpos – solução analítica completa

Leitura: Arnold Cap. 2 §6–8; Goldstein Cap. 3 §3.1–3.8

Atividade: Algoritmo de Kepler

Semana 5: Três corpos – o nascimento do caos

Leitura: Arnold Cap. 1 p.14, Cap. 2 §10, App 8.E; Goldstein Cap. 3 §3.12

IA: Algoritmos genéticos para estabilidade

Semana 6: N-corpos

Leitura: Arnold Cap. 2 §10–11, Cap. 5; Goldstein Cap. 12 §12.1–12.3

Projeto: Sistema solar com perturbações realistas

Avaliação: Projeto colaborativo de simulação

Módulo III: Mecânica Lagrangiana (Semanas 7–10)

Problema Motivador: *”Como otimizar trajetórias espaciais?”*

Semana 7: Princípio de Hamilton e cálculo variacional

Leitura: Arnold Cap. 3 §13–15; Goldstein Cap. 2 §2.1–2.3

Semana 8: Simetrias e Teorema de Noether

Leitura: Arnold Cap. 4 §20; Goldstein Cap. 2 §2.4–2.7

Semana 9: Lagrangianas generalizadas

Leitura: Arnold Cap. 4 §17–18; Goldstein Cap. 2 §2.3–5

Projeto: Brachistochrone com resistência do ar

Semana 10: Transição para o formalismo hamiltoniano

Leitura: Arnold Cap. 3 §15–16; Goldstein Cap. 8

Avaliação: Apresentação + solução computacional

Módulo IV: Geometria Simplética e Mecânica Hamiltoniana (Semanas 11–14)

Problema Motivador: *”Sistemas integráveis vs. caóticos: Como distinguir?”*

Semana 11: Variedades simpléticas

Leitura: Arnold Cap. 8 §37–38; Goldstein Cap. 9 §9.1–9.3

Semana 12: Formulação hamiltoniana

Leitura: Arnold Cap. 8 §39–40; Goldstein Cap. 8 §8.1–2

Semana 13: Transformações e formalismo canônicos

Leitura: Arnold Cap. 9 §44–48; Goldstein Cap. 9–10

Semana 14: Teoria de perturbações e integrabilidade

Leitura: Arnold Cap. 10 §49–50; Goldstein Cap. 11 §11.1–2

Avaliação: Projeto final integrador

Módulo V: Tópicos Avançados e Síntese (Semana 15)

Problema Motivador: *”Fronteiras atuais: Mecânica Quântica e IA”*

- Arnold Cap. 10 §51–52; Goldstein Cap. 12 §10.5–10.8
- Hamilton-Jacobi e quantização
- IA: Algoritmos quânticos
- Projeto Final: Apresentações + avaliação peer-to-peer

Estratégias de Engajamento

1. Problemas Autênticos

Missões espaciais, exoplanetas, dinâmica galáctica, fluidos atmosféricos

2. Tecnologias Ativas

Jupyter, simulações 3D, realidade aumentada, GitHub

3. Aprendizado Colaborativo

Grupos rotativos, peer review, seminários estudantis

4. Conexões Interdisciplinares

Biologia, Economia, Neurociência, Engenharia

Sistema de Avaliação Construtiva

Distribuição de Pontos

- 30% - Portfólios digitais
- 25% - Projetos colaborativos
- 20% - Projeto final integrador
- 15% - Participação e peer review
- 10% - Autoavaliação

Feedback Contínuo

Checkpoints, autoavaliação estruturada, feedback semanal

Rubricas

- Compreensão conceitual: 40%
- Habilidades computacionais: 30%
- Comunicação científica: 20%
- Pensamento crítico: 10%

Rubricas por Módulo

Módulo I-II: Análise física e computação

Módulo III: Derivações e otimização

Módulo IV: Visualização e estabilidade

Módulo V: Síntese e inovação

Bibliografia Principal

1. **Arnold, V.I.** – *Mathematical Methods of Classical Mechanics*, 2^a Ed., Springer (1989)
2. **Goldstein, H., Poole, C., Safko, J.** – *Classical Mechanics*, 3^a Ed., Addison Wesley (2002)

Bibliografia Complementar

- Marsden & Ratiu – *Introduction to Mechanics and Symmetry*, Springer
- José & Saletan – *Classical Dynamics*, Cambridge
- Sarkar (2023) – *Computational Demonstration for Teaching*

Ferramentas Computacionais

Python (NumPy, SciPy, SymPy, Matplotlib), Jupyter, Mathematica, TensorFlow, PyTorch

Plataformas de Simulação

OpenAI Gym, PyBullet, Blender, Observable

Resultados Esperados

- Pensamento sistêmico
- Fluência computacional
- Literacia em IA
- Comunicação científica
- Trabalho colaborativo