

MT801 – Tópicos em Análise Aplicada

2º semestre / 2025

Prof. Christian S. Rodrigues - www.ime.unicamp.br/~rodrigues

Ementa:

Fluxos gradientes em espaços de probabilidade

Fluxos gradientes estão presentes nos mais variados contextos da Física e Matemática. Em particular, nos anos recentes este tópico ganhou importância ainda maior no contexto de espaços de probabilidade por conta de suas aplicações em geometria e aprendizado de máquinas. Neste curso teremos uma visão geral de fluxos gradientes em espaços de probabilidade e suas implicações geométricas. Conteúdo abordado inclui fluxos gradientes em espaços métricos, alguns dos principais fundamentos da teoria de Transporte Ótimo: o Problema de Monge, formulação de Kantorovich, existência e regularidade de mapas ótimos de transporte; aspectos geométricos, espaços de Wasserstein; Implicações geométricas obtidas via fluxo gradiente em espaços de Wasserstein. Aplicações.

Conteúdo / Programa:

1. Fluxos gradiente em espaços métricos.
2. Problema de Transporte Ótimo
3. Existência de mapas de transporte
4. Espaços de Wasserstein
5. Distância de Wasserstein e seu comportamento ao longo de geodésicas.
6. Funcionais em espaços de Wasserstein.
7. Fluxos gradientes em espaços de Wasserstein.

Bibliografia:

- [1] C. Villani, “Optimal Transport: old and new”, Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften, vol. 338, Springer, Berlin, (2009).
- [2] L. Ambrosio, “Lecture Notes on Optimal Transport Problems”, Mathematical Aspects of Evolving Interfaces, Springer Verlag, Berlin, Lecture Notes in Mathematics (1812), 1–52, (2003).
- [3] L. Ambrosio, N. Gigli e G. Savaré, “Gradient Flows in Metric Spaces and in the Space of Probability Measures”, Birkhäuser Verlag, 2005.

Aulas:

Segundas-feiras e Quartas-feiras - 16:00-18:00

Critério de avaliação:

A avaliação será através de seminários.

MT801 – Topics in Applied Analysis

2ed semestre / 2025

Prof. Christian S. Rodrigues - www.ime.unicamp.br/~rodrigues

Summary:

Gradient flows in probability spaces

Gradient flows are present in the most varied contexts of Physics and Mathematics. Recently this topic has gained even greater importance in the context of probability spaces due to its applications in geometry and machine learning. In this course we will have an overview of gradient flows in probability spaces and their geometric implications. Content covered includes gradient flows in metric spaces, some of the main foundations of Optimal Transportation theory: Monge's Problem, Kantorovich's formulation, existence and regularity of optimal transportation maps; geometric aspects, Wasserstein spaces; Geometric implications obtained via gradient flow in Wasserstein spaces. Applications.

Program:

1. Gradient flows in metric spaces.
2. Optimal Transportation Problem
3. Existence of transport maps
4. Wasserstein spaces
5. Wasserstein distance and its behavior along geodesics.
6. Functionals in Wasserstein spaces.
7. Gradient flows in Wasserstein spaces.

Bibliografy:

[1] C. Villani, “Optimal Transport: old and new”, Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften, vol. 338, Springer, Berlin, (2009).

[2] L. Ambrosio, “Lecture Notes on Optimal Transport Problems”, Mathematical Aspects of Evolving Interfaces, Springer Verlag, Berlin, Lecture Notes in Mathematics (1812), 1–52, (2003).

[3] L. Ambrosio, N. Gigli e G. Savaré, “Gradient Flows in Metric Spaces and in the Space of Probability Measures”, Birkhäuser Verlag, 2005.

Lectures:

Monday and Wednesday - 16:00-18:00

Grading:

The grade will be given based on seminar talks given by the students about the topics of the course.

MT801 – Topicos de análisis aplicado

2º semestre / 2025

Prof. Christian S. Rodrigues - www.ime.unicamp.br/~rodrigues

Resumen:

Flujos de gradiente en espacios de probabilidad

Los flujos de gradiente están presentes en los más diversos contextos de la Física y las Matemáticas. En particular, en los últimos años, este tema ha cobrado mayor importancia en el contexto de los espacios de probabilidad debido a sus aplicaciones en geometría y aprendizaje automático. En este curso, presentaremos una visión general de los flujos de gradiente en espacios de probabilidad y sus implicaciones geométricas. El contenido abarca los flujos de gradiente en espacios métricos, algunos de los fundamentos principales de la teoría del Transporte Óptimo: el Problema de Monge, la formulación de Kantorovich, la existencia y regularidad de mapas de transporte óptimos; aspectos geométricos, espacios de Wasserstein; implicaciones geométricas obtenidas mediante el flujo de gradiente en espacios de Wasserstein. Aplicaciones.

Programa:

1. Flujos de gradiente en espacios métricos.
2. Problema de transporte óptimo.
3. Existencia de mapas de transporte.
4. Espacios de Wasserstein.
5. Distancia de Wasserstein y su comportamiento a lo largo de geodésicas.
6. Funcionales en espacios de Wasserstein.
7. Flujos de gradiente en espacios de Wasserstein.

Bibliografía:

- [1] C. Villani, “Optimal Transport: old and new”, Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften, vol. 338, Springer, Berlin, (2009).
- [2] L. Ambrosio, “Lecture Notes on Optimal Transport Problems”, Mathematical Aspects of Evolving Interfaces, Springer Verlag, Berlin, Lecture Notes in Mathematics (1812), 1–52, (2003).
- [3] L. Ambrosio, N. Gigli e G. Savaré, “Gradient Flows in Metric Spaces and in the Space of Probability Measures”, Birkhäuser Verlag, 2005.

Clases:

Lunes y miércoles - 16:00-18:00

Criterios de evaluación:

La evaluación se realizará mediante seminarios.