

MI809: Tópicos em Probabilidade (2P2026)

Título: Simulação Perfeita para Cadeias de Markov, Cadeias de Memória Infinita e Processos Espaciais

Docente: Nancy Lopes Garcia

Ementa

Este curso apresenta os fundamentos teóricos da simulação perfeita (*perfect simulation*) aplicada a cadeias de Markov, cadeias de ordem infinita e processos espaciais. Partindo do artigo clássico de Propp e Wilson (1996), "Exact sampling with coupled Markov chains and applications to statistical mechanics", desenvolve-se o formalismo do *Coupling from the Past* (CFTP) e suas extensões. São incluídos os resultados sobre simulação perfeita em cadeias de memória infinita através da decomposição de Kalikow. Para aplicações em modelos de interação espacial do tipo Gibbs estudaremos o método do clã de ancestrais.

Conteúdo Programático

1. **Fundamentos da Simulação Perfeita:** Cadeias de Markov, distribuições invariantes e ergodicidade. Limitações da simulação via MCMC. Motivação e conceitos básicos da simulação perfeita. Ideia de acoplamento e convergência por acoplamento.
2. **O Método Coupling from the Past (CFTP):** Formulação do CFTP (Propp & Wilson, 1996). Condições de monotonicidade e acoplamento dominado (*Dominated CFTP*). Critérios de parada. Exemplos: modelo de Ising e processos de nascimento e morte.
3. **Extensões e Generalizações do CFTP:** Casos não-monotônicos e técnicas alternativas de acoplamento. Versões dominadas e variações para sistemas contínuos. Aplicações em modelos de física estatística e processos de Gibbs.
4. **Simulação Perfeita em Cadeias de Ordem Infinita:** Cadeias de memória completa (*chains with complete connections*). Condições de continuidade e decaimento de influência. Decomposição de Kalikow. Simulação perfeita de cadeias de memória infinita contínuas (Comets, Fernández e Ferrari, 2002). Simulação perfeita de cadeias de memória infinita descontínuas (Gallo e Garcia, 2013).
5. **Simulação Perfeita em Processos Espaciais e Redes de Perdas:** Processos espaciais de Gibbs e interações locais. Extensão do *Dominated CFTP* a contextos espaciais e contínuos. Simulação perfeita em redes de perdas (*loss networks*) baseado no clã de ancestrais (Ferrari, Fernández e Garcia, 2002).

Metodologia de Ensino

Aulas expositivas e dialogadas para fundamentação teórica, acompanhadas pela leitura e discussão crítica de artigos científicos clássicos e recentes. O curso incluirá seminários e apresentações desenvolvidos pelos estudantes para aprofundamento dos temas.

Critérios de Avaliação

- Resolução de listas de exercícios teóricos e/ou computacionais.
- Apresentação de seminários sobre artigos selecionados da literatura.
- Elaboração e entrega de um projeto/trabalho final de curso.

Bibliografia

- Comets, F., Fernández, R., & Ferrari, P. A. (1999). *Processes with long memory: perfect simulation and coupling*. Electronic Journal of Probability.
- Comets, F., Fernández, R., & Ferrari, P. A. (2002). *Perfect simulation of a class of stochastic processes with infinite memory*. Journal of Applied Probability.

- Ferrari, P. A., Fernández, R., & Garcia, N. L. (2002). *Perfect Simulation for Loss Networks*. Stochastic Processes and their Applications, vol. 102, 63-88.
- Kendall, W.S. (1998). *Perfect Simulation for the Area-Interaction Point Process*. In: Accardi, L., Heyde, C.C. (eds) Probability Towards 2000. Lecture Notes in Statistics, vol 128. Springer, New York, NY.
- Møller, J., & Waagepetersen, R. (2003). *Statistical Inference and Simulation for Spatial Point Processes*. Taylor and Francis.
- Propp, J. G., & Wilson, D. B. (1996). *Exact sampling with coupled Markov chains and applications to statistical mechanics*.

MI809: Topics in Probability (2P2026)

Title: Perfect Simulation for Markov Chains, Infinite Memory Chains, and Spatial Processes

Lecturer: Nancy Lopes Garcia

Course Description

This course presents the theoretical foundations of perfect simulation applied to Markov chains, infinite-order chains, and spatial processes. Starting from the classic paper by Propp and Wilson (1996), “Exact sampling with coupled Markov chains and applications to statistical mechanics”, the formalism of Coupling from the Past (CFTP) and its extensions are developed. Results on perfect simulation in infinite-memory chains via Kalikow's decomposition are included. For applications in spatial interaction models of the Gibbs type, we will study the clan of ancestors method.

Course Outline

1. **Foundations of Perfect Simulation:** Markov chains, invariant distributions, and ergodicity. Limitations of MCMC sampling. Motivation and basic concepts of perfect simulation. Coupling ideas and convergence through coupling.
2. **The Coupling from the Past (CFTP) Method:** Formulation of CFTP (Propp & Wilson, 1996). Monotonicity conditions and Dominated CFTP. Stopping criteria. Examples: Ising model and birth-and-death processes.
3. **Extensions and Generalizations of CFTP:** Non-monotonic cases and alternative coupling techniques. Dominated versions and variations for continuous systems. Applications in statistical physics models and Gibbs processes.
4. **Perfect Simulation in Infinite-Order Chains:** Chains with complete connections. Continuity conditions and decay of influence. Kalikow's decomposition. Perfect simulation of continuous infinite-memory chains (Comets, Fernández, and Ferrari, 2002). Perfect simulation of discontinuous infinite-memory chains (Gallo and Garcia, 2013).
5. **Perfect Simulation in Spatial Processes and Loss Networks:** Gibbs spatial processes and local interactions. Extension of Dominated CFTP to spatial and continuous contexts. Perfect simulation in loss networks based on the clan of ancestors (Ferrari, Fernández, and Garcia, 2002).

Teaching Methodology

Lectures and interactive sessions to cover theoretical foundations, complemented by critical reading and discussion of key scientific literature. The course will feature student-led seminars and presentations to deepen understanding of specialized topics.

Evaluation Criteria

- Performance on theoretical and/or computational problem sets.
- Oral presentation of seminars on selected literature papers.

- Preparation and submission of a final course project.

Bibliography

- Comets, F., Fernández, R., & Ferrari, P. A. (1999). *Processes with long memory: perfect simulation and coupling*. Electronic Journal of Probability.
- Comets, F., Fernández, R., & Ferrari, P. A. (2002). *Perfect simulation of a class of stochastic processes with infinite memory*. Journal of Applied Probability.
- Ferrari, P. A., Fernández, R., & Garcia, N. L. (2002). *Perfect Simulation for Loss Networks*. Stochastic Processes and their Applications, vol. 102, 63-88.
- Kendall, W.S. (1998). *Perfect Simulation for the Area-Interaction Point Process*. In: Accardi, L., Heyde, C.C. (eds) Probability Towards 2000. Lecture Notes in Statistics, vol 128. Springer, New York, NY.
- Møller, J., & Waagepetersen, R. (2003). *Statistical Inference and Simulation for Spatial Point Processes*. Taylor and Francis.
- Propp, J. G., & Wilson, D. B. (1996). *Exact sampling with coupled Markov chains and applications to statistical mechanics*.

MI809: Tópicos en Probabilidad (2P2026)

Título: Simulación Perfecta para Cadenas de Markov, Cadenas de Memoria Infinita y Procesos Espaciales

Docente: Nancy Lopes Garcia

Sumilla / Descripción del Curso

Este curso presenta los fundamentos teóricos de la simulación perfecta (*perfect simulation*) aplicada a cadenas de Markov, cadenas de orden infinito y procesos espaciales. Partiendo del artículo clásico de Propp y Wilson (1996), "Exact sampling with coupled Markov chains and applications to statistical mechanics", se desarrolla el formalismo del *Coupling from the Past* (CFTP) y sus extensiones. Se incluyen los resultados sobre simulación perfecta en cadenas de memoria infinita a través de la descomposición de Kalikow. Para aplicaciones en modelos de interacción espacial del tipo Gibbs, estudiaremos el método del clan de ancestros.

Contenido Programático

1. **Fundamentos de la Simulación Perfecta:** Cadenas de Markov, distribuciones invariantes y ergodicidad. Limitaciones de la simulación vía MCMC. Motivación y conceptos básicos de la simulación perfecta. Idea de acoplamiento y convergencia por acoplamiento.
2. **El Método Coupling from the Past (CFTP):** Formulación del CFTP (Propp & Wilson, 1996). Condiciones de monotonicidad y acoplamiento dominado (*Dominated CFTP*). Criterios de parada. Ejemplos: modelo de Ising y procesos de nacimiento y muerte.
3. **Extensiones y Generalizaciones del CFTP:** Casos no monotónicos y técnicas alternativas de acoplamiento. Versiones dominadas y variaciones para sistemas continuos. Aplicaciones en modelos de física estadística y procesos de Gibbs.
4. **Simulación Perfecta en Cadenas de Orden Infinito:** Cadenas de memoria completa (*chains with complete connections*). Condiciones de continuidad y decaimiento de influencia. Descomposición de Kalikow. Simulación perfecta de cadenas de memoria infinita continuas (Comets, Fernández y Ferrari, 2002).

Simulación perfecta de cadenas de memoria infinita discontinuas (Gallo y Garcia, 2013).

5. **Simulación Perfecta en Procesos Espaciais y Redes de Pérdidas:** Procesos espaciales de Gibbs e interacciones locales. Extensión del *Dominated CFTP* a contextos espaciales y continuos. Simulación perfecta en redes de pérdidas (*loss networks*) basado en el clan de ancestros (Ferrari, Fernández y Garcia, 2002).

Metodología de Enseñanza

Clases expositivas e interactivas para abordar el fundamento teórico, acompañadas de la lectura y discusión crítica de artículos científicos clásicos y recientes. El curso incluirá seminarios y presentaciones a cargo de los estudiantes para profundizar en los temas.

Criterios de Evaluación

- Resolución de listas de ejercicios teóricos y/o computacionales.
- Presentación de seminarios sobre artículos seleccionados de la literatura.
- Elaboración y entrega de un proyecto/trabajo final de curso.

Bibliografía

- Comets, F., Fernández, R., & Ferrari, P. A. (1999). *Processes with long memory: perfect simulation and coupling*. Electronic Journal of Probability.
- Comets, F., Fernández, R., & Ferrari, P. A. (2002). *Perfect simulation of a class of stochastic processes with infinite memory*. Journal of Applied Probability.
- Ferrari, P. A., Fernández, R., & Garcia, N. L. (2002). *Perfect Simulation for Loss Networks*. Stochastic Processes and their Applications, vol. 102, 63-88.
- Kendall, W.S. (1998). *Perfect Simulation for the Area-Interaction Point Process*. In: Accardi, L., Heyde, C.C. (eds) Probability Towards 2000. Lecture Notes in Statistics, vol 128. Springer, New York, NY.
- Møller, J., & Waagepetersen, R. (2003). *Statistical Inference and Simulation for Spatial Point Processes*. Taylor and Francis.
- Propp, J. G., & Wilson, D. B. (1996). *Exact sampling with coupled Markov chains and applications to statistical mechanics*.