A PRÁTICA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A.C. PATROCÍNIO/LEM/IMECC/UNICAMP

INTRODUÇÃO: Resolver problemas de Matemática não é teoria; é prática, é treinamento, é perseverança. É claro que esta prática deve ser acompanhada de fundamentos teóricos sólidos e do domínio de conceitos e técnicas. O Professor de Matemática deve ser o orientador e estimulador de seus alunos. **Alguém que não gosta de resolver problemas de Matemática não pode ser professor de Matemática.** Afinal, segundo Polya, "Matemática é a arte de resolver problemas" e "para aprender resolver problemas é preciso resolver problemas". Convém destacar que, em geral, um **problema** é mais que um **exercício;** os exercícios costumam ser repetitivos e, por isso, freqüentemente, monótonos e quase nunca exigem iniciativa e criatividade. Os exercícios quando colocados no final de um capítulo do Livro, geralmente, consistem na aplicação de fórmulas que foram apresentadas [em geral, não demonstradas] naquele capítulo; nesse caso, as oportunidades de improvisação e criatividade são mínimas. Mesmo assim, os exercícios são necessários para manipulação e fixação dos conteúdos, o que ajuda na resolução dos problemas.

RESOLVER PROBLEMAS: Qual deve ser o procedimento quase-padrão de um "resolvedor" de problemas? É claro que em primeiro lugar deve-se **entender o enunciado**. E isto, freqüentemente, não é simples! Além da compreensão do texto propriamente [compreensão do idioma ou da linguagem usada no texto] é necessário compreender os termos técnicos envolvidos e a terminologia típica da matemática. Por exemplo: existe alguma diferença entre "prove que", "mostre que" ou "demonstre que" etc. O próprio termo **resolver** [ou resolva] já pode trazer alguma dificuldade.

Em segundo lugar o resolvedor de problemas deve transpor o enunciado para a linguagem matemática [O que seria uma linguagem matemática? Seria o mesmo que equacionar o problema?]. Depois, trata-se de manipular as equações, fórmulas, resultados auxiliares, e fatos conhecidos; aqui todo cuidado com os cálculos [mesmo os mais simples], com o uso de fórmulas[que somente devem ser utilizadas se tivermos absoluta convicção de que estão corretas e que se aplicam mesmo `a presente situação . Finalmente, deve-se apresentar a resposta ou as respostas de forma clara e, de preferência, através de uma frase precisa [sem ambigüidades] . Neste momento é indispensável o maior cuidado com a adequação da resposta à pergunta do problema e com o uso correto de unidades.

Um alerta quanto a **definições**, que são afirmações que identificam ou caracterizam um conceito e que, por isso, fazem parte da essência da matemática. Temos notados nos Livros de Matemática Básica uma tendência absurda de omitirem as definições substituindo-as pela "formação do conceito" ; acontece que **formar um conceito** [que é um procedimento importante] é exatamente chegar a uma definição satisfatória e precisa do mesmo e compreender perfeitamente essa definição. De nada adianta gastar 5 ou 6 páginas[ou mais] para formar o conceito de número primo e, no final, o leitor não ser capaz – pelo que está naquele texto – de dizer, com certeza, se o número natural 1 é ou não um número primo. O que é "máximo divisor comum de 3 números inteiros positivos"? E as conseqüências dessas incertezas são sérias!

PROBLEMAS E SOLUÇÕES:
Vamos analisar uma lista de problemas, observando:

1. Texto: clareza do enunciado, compreensão dos termos presentes no texto, termos específicos de matemática, identificação das perguntas.
2. Figuras, tabelas e gráficos, quando for o caso.
3. Matematizar : transposição da linguagem "corrente" para a linguagem matemática, utilizando procedimentos, simbologia e técnicas específicas da matemática.
4. Operacionalizar: executar as operações necessárias, aplicar resultados conhecidos [definições, teoremas, etc]
5. Concluir: a partir dos resultados das operações chegar a uma ou mais respostas, verificando a compatibilidade dela(s) com os dados e perguntas do enunciado.

PROBLEMAS:

1. Um tanque de combustível, cuja capacidade é de 1.000 litros, contém 800 litros de uma mistura formada por 24% de álcool e 76% de gasolina. Quantos litros de gasolina devem ser colocados no referido tanque a fim de que a mistura resultante tenha apenas 20% de álcool? [XIX OMU- Final].

2. Uma empresa deve enlatar uma mistura de amendoim, castanha de caju e castanha-do-pará. Sabe-se que o quilo de amendoim custa R$5,00, o quilo da castanha de caju, R$20,00 e o quilo de castanha-do-pará, R$16,00. Cada lata deve conter meio quilo da mistura e o custo total dos ingredientes de cada lata deve ser R$5,75. Além disso, a quantidade de castanha de caju em cada lata deve ser igual a um terço da soma das outras duas. Escreva o sistema linear que representa a situação descrita e resolva o referido sistema, determinando as quantidades, em gramas, de cada ingrediente por lata. [Unicamp, 2001].

3. Caminhando em linha reta ao longo de uma praia, um banhista vai de um ponto A até um ponto B, cobrindo a distância AB=1.200 metros. Quando em A ele avista um navio parado em N de tal maneira que o ângulo NAB é de 60^0; e quando em B, verifica que o ângulo NBA é de 45^0. Calcule a distância entre o navio e a praia. Vestibular Unicamp, 1993]

4. Os lados de um triângulo medem 25 , 39 e 40 metros. Calcule o seno e o cosseno do menor ângulo e também a área desse triângulo [Segunda Fase OMU-2000]

5. Quantos pares de arestas paralelas tem um cubo ?

6. Ache as 4 raízes da equação $x^4 - x^2 + 2x - 1 = 0$.

7. De quantas maneiras podemos distribuir 20 bolas iguais entre 3 crianças de tal modo que cada uma delas receba pelo menos uma bola e uma delas receba, no máximo, 3 bolas ? [Segunda Fase da OMU-2004]

8. A hipotenusa de um triângulo retângulo mede 1 metro e um dos ângulos agudos é o triplo do outro. Calcule os comprimentos dos catetos e mostre que o comprimento do cateto maior está entre 92 e 93 centímetros. [Vestibular Unicamp , 1997]

9. Suponha que o preço de um automóvel tenha uma desvalorização média de 19% ao ano sobre o preço do ano anterior. Se F representa o preço inicial e p(t) o preço após t anos, pede-se: (a) A expressão para p(t) (b) O tempo mínimo necessário, em número inteiro de anos, após a saída da fábrica, para que um automóvel venha valer menos que 5% do valor inicial. Se necessário, use log 2 = 0,301 e log3 = 0,477 . [Vestibular Unicamp-1999]

10. As populações de duas cidades A e B, são dadas em milhares de habitantes pelas funções $A(t) = \log_8 (1+t)^6$ e $B(t) = \log_2 (4t+4)$ onde a variável t representa o tempo em anos. (a) Qual a população de cada uma dessas cidades nos instantes t = 1 e t = 7? (b) Após certo instante t, a população de uma dessas cidades é sempre maior que a da outra. Determine o valor mínimo desse instante t e especifique a cidade cuja população é maior a partir desse instante. [Unicamp, 2001].

11. Encontre todas as ternas (a,b,c) de números naturais tais que $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$ [Fase Final da OMU-2004].

12. Mostre que se $a \in N$ e $a>1$, então a^4+4 não é um número primo. [Fase Final OMU-2004]

13. Mostre que existem exatamente 3 triângulos retângulos cujos lados têm por medidas números naturais positivos e cuja área é o dobro do perímetro.

14. Encontre as soluções do sistema formado pelas equações $9x^2+4y^2=13$ e $xy=1$.

15. Um problema histórico : Para calcular, aproximadamente o perímetro de uma circunferência de raio e, por conseqüência, um valor aproximado para π, Arquimedes [$\pm$ 250 AC] calculou o comprimento L_{2n} do lado de um polígono regular de 2n lados inscrito em uma circunferência de raio 1 em função de L_n, que é o lado do polígono regular de n lados inscrito na mesma circunferência. Os primeiros valores que Arquimedes obteve a partir de $L_6=1$ foram : $L_{12}=0{,}5175$ e $L_{24}=0{,}261$. Para esse último valor, π resulta 3,1328 [aproximadamente]

Texto e coletânea de problemas não-originais escritos por A.C. Patrocínio para o Mini-Curso de mesmo título ministrado no Encontro de Professores de Matemática, UNICAMP/2-005.