XVIII ENCONTRO REGIONAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Ambientes informatizados no Ensino de Matemática: algumas sugestões de atividades

Profº Samuel Santos de Miranda e Profº Carlos César Vitor

Campinas - SP
2005

INTRODUÇÃO

A relação entre a prática da matemática e o uso de computadores não é mais novidade nos ambiente escolares. As atividades matemáticas ligadas aos softwares (educativos e aplicativos) são indicativos de movimentos que buscam mostrar a importância computacional no ensino.

Em nosso trabalho, iremos apresentar alguns modelos de atividades didáticas em que estão inseridas ferramentas do Open Office e do Cabri Géomètre II nos quadros numérico, algébrico e geométrico.

Nestas atividades, o computador não será considerado apenas como um meio lotado de recursos, mas sim como um ente dinâmico e acessível inserido na vinculação entre: o professor, conteúdo e aluno.

As atividades propostas são provenientes de idéias e sugestões fundamentados nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) cujos conteúdos são apresentados e contextualizadas nos livros didáticos.

Dentre os inúmeros assuntos disponíveis para este minicurso, sugerimos os seguintes: (1) Números Primos; (2) MMC e MDC; (3) Sistema de equações do 1º grau; (4) Gráficos de funções do 1º e 2º graus; (5) O número π; (6) Teorema de Pitágoras.

Neste contexto, pretendemos estimular professores e alunos de matemática a promoverem recursos computacionais em seus planejamentos como meio propício ao seu processo de ensino e aprendizagem.

Atividade 01 – Números Primos

Os Números Primos são conjuntos de números naturais que têm apenas dois divisores diferentes: o número 1 e ele mesmo.

Exemplos:

i) O número 2 tem apenas os divisores 1 e 2, portanto 2 é um número primo.

ii) O número 13 tem apenas os divisores 1 e 13, portanto 13 é um número primo.

iii) O número 15 tem os divisores 1, 2, 3, 5 e 15, portanto 15 não é um número primo.

Observações:

- **1 não é um número primo, porque ele tem apenas um divisor que é ele mesmo;**
- **2 é o único número primo que é par.**

Os números que têm mais de dois divisores são chamados números compostos. É o caso, por exemplo, do número 15 que tem mais de dois divisores, portanto ele é um número composto.

Para reconhecer se um número é primo, dividimos esse número pelos números primos 2, 3, 5, 7, 11 etc. até que tenhamos:

- **uma divisão com resto zero e neste caso o número não é primo;**
- **ou uma divisão com quociente menor que o divisor e o resto diferente de zero. Neste caso o número é primo.**

Exemplo:

i) O número 161:

- **não é par, portanto não é divisível por 2;**
- **não é divisível por 3, pois 1+6+1 = 8 que não é múltiplo de 3;**
- **não é divisível por 5, pois não termina em 0 nem em 5;**
- **por 7: 161 / 7 = 23, com resto zero, logo 161 é divisível por 7, e portanto não é um número primo.**

ii) O número 113:

- **não é par, portanto não é divisível por 2;**

- **não é divisível por 3, pois 1+1+3 = 5 que não é múltiplo de 3;**
- **não é divisível por 5, pois não termina em 0 nem em 5;**
- **dividir por 7: 113 / 7 = 16, resto 1. O quociente (16) é <u>maior</u> que o divisor (7).**
- **dividir por 11: 113 / 11 = 10, resto 3. O quociente (10) é <u>menor</u> que o divisor (11), e além disso o resto é diferente de zero, portanto 113 é um número primo.**

Após esses conceitos e exemplos dos números primos, vamos abrir no programa Open Office o arquivo <u>atividade 01 – números primos</u>, e desenvolver um procedimento em que o computador reconheça se um número (entre 0 e 1000) é primo ou não. Em seguida responda as questões a seguir:

1ª questão) Quais foram as funções utilizadas em seu procedimento?

2ª questão) Quais foram as células que você inseriu as condicionantes e quais são elas?

Atividade 02 – MMC e MDC

Dizemos que um número é múltiplo de um número natural, se um número é divisível por outro, diferente de zero.

Exemplo:

i) O número 18 é divisível por 3, dizemos então que 18 é múltiplo de 3;

ii) 18 também é múltiplo de 1, 2, 3, 4, 6, 9 e 18.

Os múltiplos de um número são calculados multiplicando-se esse número pelos números naturais.

Exemplo:

Os múltiplos de 7 são: 7x0 , 7x1, 7x2 , 7x3 , 7x4 , ... = 0 , 7 , 14 , 21 , 28 , ...

Observações:

- **um número tem infinitos múltiplos;**
- **zero é múltiplo de qualquer número natural.**

MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM (MMC)

Dois ou mais números sempre têm múltiplos comuns a eles.

Chama-se de mínimo múltiplo comum, o menor múltiplo comum de dois ou mais números, diferente de zero. utilizamos a abreviação MMC. Vamos, por exemplo, achar os múltiplos comuns de 3 e 5:

- **múltiplos de 3 – M(3): <u>0</u>, 3, 6, 9, 12, <u>15</u>, 18, 21, 24, 27, <u>30</u>, 33, 36,...**
- **múltiplos de 5 – M(5): <u>0</u>, 5, 10, <u>15</u>, 20, 25, <u>30</u>, 35,...**
- **múltiplos comuns de 3 e 5: 0, 15, 30, 45...**

Dentre estes múltiplos, diferentes de zero, 15 é o menor deles, assim o número 15 será o mínimo múltiplo comum de 3 e 5, ou então MMC (3,5) = 15.

Para calcular o MMC de dois ou mais números, podemos utilizar a fatoração.

Acompanhe, por exemplo, o cálculo do MMC de 12 e 30:

- **decompomos os números 12 e 30 em fatores primos;**

$12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$

$30 = 2 \times 3 \times 5 = 2 \times 3 \times 5$

- O MMC será o produto dos fatores primos comuns e não-comuns:

MMC (12,30) = 2 x 2 x 3 x 5

Assim, o MMC de dois ou mais números, quando fatorados, é o produto dos fatores comuns e não-comuns a eles, cada um elevado ao maior expoente.

Podemos obter o MMC entre dois ou mais números, utilizando o processo da decomposição simultânea, neste processo decompomos todos os números ao mesmo tempo. O produto dos fatores primos que obtemos nessa decomposição é o MMC desses números. A seguir veremos o cálculo do MMC(15,24,60) , segundo o dispositivo abaixo:

15, 24, 60	2
15, 12, 30	2
15, 6 , 15	2
15, 3 , 15	3
5, 1 , 5	5
1, 1 , 1	

Portanto, MMC(15,24,60) = 2 x 2 x 2 x 3 x 5 = 120

Observações:

- Dados dois ou mais números, se um deles é múltiplo de todos os outros, então ele é o MMC dos números dados. Exemplo: Entre os números 3, 6 e 30, o número 30 é múltiplo dos outros dois. Neste caso, 30 é o MMC(3,6,30). note: MMC(3,6,30) = 2 x 3 x 5 = 30
- Dados dois números primos entre si, o MMC deles é o produto desses números. Exemplo: Vamos considerar os números 4 e 15, que são primos entre si. O MMC(4,15) é igual a 60, que é o produto de 4 por 15. assim o MMC(4,15) = 2 x 2 x 3 x 5 = 60 .

MÁXIMO DIVISOR COMUM (MDC)

Dois números naturais sempre têm divisores comuns. O maior divisor comum de dois ou mais números é chamado de máximo divisor comum desses números, usamos a abreviação MDC.

Exemplo: Os divisores comuns de 12 e 18 são 1, 2, 3 e 6. Dentre eles, 6 é o maior, então o número 6 será o máximo divisor comum de 12 e 18 e indicamos MDC(12,18) = 6.

Um modo de calcular o MDC de dois ou mais números é o processo da decomposição desses números em fatores primos. Vamos, por exemplo, encontrar o MDC entre 36 e 90.

- **Vamos decompor os números em fatores primos;**

  $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^2$

  $90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 2 \times 3^2 \times 5$

- **MDC é o produto dos fatores primos comuns, isto é o MDC(36,90) = 2 x 3 x 3 = 18. Note que: O MDC de dois ou mais números, quando fatorados, foi o produto dos fatores comuns a eles, cada um elevado ao menor expoente.**

Podemos calcular o MDC pelo processo das divisões sucessivas, nesse processo efetuaremos várias divisões até chegar a uma divisão exata. O divisor desta divisão será o MDC. Acompanhe, por exemplo, o cálculo do MDC(48,30).

Regra prática:

- **Dividimos o número maior pelo número menor;**

  48 / 30 = 1, resto 18

- **Dividimos agora, o divisor 30 que é divisor da divisão anterior, por 18, que é o resto da divisão anterior, e assim sucessivamente;**

  30 / 18 = 1, resto 12

  18 / 12 = 1, resto 6

  12 / 6 = 2, resto 0, divisão exata

Assim o divisor da divisão exata é 6, portanto o MDC(48,30) = 6.

Observações:

- **Dois ou mais números são primos entre si quando o máximo divisor comum desses números é 1. Exemplos:**

  Os números 35 e 24 são números primos entre si, pois MDC (35,24) = 1.

  Os números 35 e 21 não são números primos entre si, pois MDC (35,21) = 7.

- **Dados dois ou mais números, se um deles é divisor de todos os outros, então ele é o MDC dos números dados. Exemplo:**

  Dentre os números 6, 18 e 30, o número 6 é divisor dos outros dois.

  Neste caso, 6 é o MDC(6,18,30). Note:

  $6 = 2 \times 3$ $18 = 2 \times 3^2$ $30 = 2 \times 3 \times 5$, Portanto MDC(6,18,30) = 6.

Após os conceitos e exemplos de MMC e MDC, vamos abrir no programa Open Office o arquivo <u>atividade 02 – MMC</u>, e desenvolver um procedimento em que o computador encontre o MMC entre dois números. Tente fazer esse mesmo procedimento para a atividade que está no arquivo <u>atividade 02 – MDC</u>. Em seguida responda as questões a seguir:

1ª questão) Quais foram as funções utilizadas em seu procedimento?

2ª questão) Quais foram as células que você inseriu as condicionantes, bem como as operações, e quais são elas?

Atividade 03 – Sistema de Equação do 1º Grau

A resolução de um sistema de duas equações com duas variáveis consiste em determinar um par ordenado que torne verdadeiras, ao mesmo tempo, essas equações.

Estudaremos a seguir, por meio de exemplos, alguns métodos para utilizarmos no Open Office:

1) Método de substituição

Vamos considerar o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x - 3y = 3 \end{cases}$$

Nesse método, vamos solucionar da seguinte maneira:

- **Determinamos o valor de x na 1ª equação: x = 4 - y**
- **Substituímos esse valor na 2ª equação: 2 . (4 - *y*) -3*y* = 3**
- **Resolvemos a equação formada:**

8 - 2y -3y = 3

-2y -3y = 3

-5y = 5 (-1)

5y = -5

Assim teremos, y = 1.

- **Substituímos o valor encontrado de y, em qualquer das equações, determinando x:**

x + 1 = 4

x = 4 - 1

x = 3

- **A solução do sistema é o par ordenado (3, 1). Portanto: V = {(3, 1)}.**

2) Método da adição

Sendo o conjunto universo U=QXQ, observaremos agora a solução de cada um dos sistemas a seguir, pelo método da adição.

Vamos resolver o sistema de equações abaixo:

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ x - y = 6 \end{cases}$$

Neste método, vamos solucionar da seguinte maneira:

- **Adicionamos membros a membros as equações:**

$$\begin{cases} x + \cancel{y} = 10 \\ x - \cancel{y} = 6 \end{cases}$$

$$\overline{}$$

2*x* = 16

x = 8

- **Substituímos agora o valor encontrado de x, em qualquer das equações, determinado y:**

8 + *y* = 10

***y* = 10 - 8**

***y* = 2**

Portanto: A solução do sistema é o par ordenado (8, 2), ou seja, *V* = {(8, 2)}.

Baseado nos métodos de resolução acima, vamos elaborar um método computacional (no Open Office) para encontrar os valores-verdade V, de um sistema de equação do 1º grau, informando apenas os seus coeficiente (a, b, c, d, e, f).

$$\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases}$$

Em seguida, responda as seguintes questões:

1ª questão) Quais foram as funções utilizadas em seu procedimento?

2ª questão) Quais foram as células que você inseriu as condicionantes, bem como as operações, e quais são elas?

Atividade 04 – Gráfico de função do 1º e 2º Grau

Chama-se função polinomial do 1º grau, ou função afim, a qualquer função *f* de IR em IR dada por uma lei do tipo f(*x*) = a*x* + b, onde a e b são números reais dados e a não nulo.

Nessa função f(*x*) = a*x* + b, o número a é chamado de coeficiente de *x* e o número b é chamado termo constante ou independente.

Veja alguns exemplos de funções polinomiais do 1º grau:

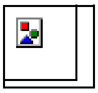
- **f(*x*) = 4*x* - 3, onde a = 4 e b = - 3**
- **f(*x*) = -2*x* - 5, onde a = -2 e b = - 5**
- **f(*x*) = 13*x*, onde a = 13 e b = 0**

Quanto ao gráfico dessa função polinomial do 1º grau, *y* = a*x* + b, com a não nulo, será uma reta oblíqua aos eixos O*x* e O*y*.

Como o gráfico será uma reta, para obtê-la é necessário dois de seus pontos e ligá-los com o auxílio e uma régua:

Exemplo:

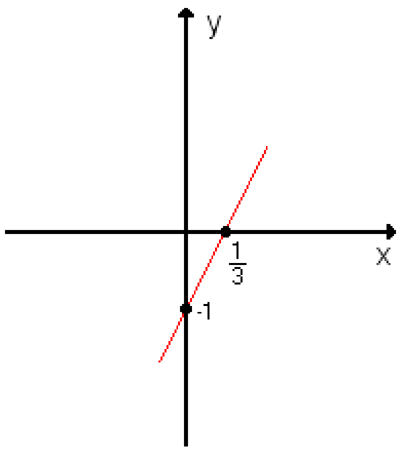
Vamos construir o gráfico da função $y = 3x - 1$:



- **Para $x = 0$, temos $y = 3 \cdot 0 - 1 = -1$; portanto, um ponto é (0, -1).**
- **Para $y = 0$, temos $0 = 3x - 1$; $x = 1/3$ portanto, e outro ponto é (1/3, 0).**

x	**y**
0	**-1**
1/3	**0**

Marcamos os pontos (0, -1) e (1/3, 0) no plano cartesiano e ligamos os dois pontos com uma reta.



O coeficiente de *x*, a, é chamado coeficiente angular da reta e, como veremos adiante, a está ligado à inclinação da reta em relação ao eixo O*x*.

O termo constante, b, é chamado coeficiente linear da reta.

Para $x = 0$, temos $y = a.0 + b = b$.

Assim, o coeficiente linear é a ordenada do ponto em que a reta corta o eixo O*y*.

Uma função f de IR em IR é dita função do 2º grau quando a seguinte lei de formação é estabelecida: $f(x) = a.x^2 + b.x + c$, com a não nulo.

Exemplo:

- **$f(x) = x^2 - 4x + 3$**
- **$f(x) = -x^2 + 1$**

Quanto ao gráfico da função do 2º grau é sempre uma parábola de eixo vertical.

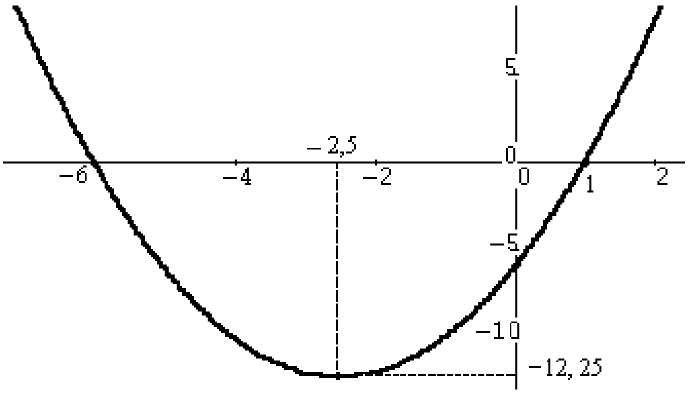
Se $a > 0$ a parábola tem um ponto de mínimo exatamente no vértice $V(x_v , y_v)$.

Se $a < 0$ a parábola tem um ponto de máximo exatamente no vértice $V(x_v , y_v)$.

O vértice da parábola é $V(x_v, y_v)$, sendo: $x_v = -b/2a$ e $y_v = -\Delta/4a$, onde $\Delta = b^2 - 4ac$.

A parábola intercepta o eixo das abscissas nas raízes x' e x" e intercepta o eixo das ordenadas no ponto (0, c).

Exemplo: Gráfico da função polinomial $f(x)=x^2+5x-6$



Existem algumas funções gráficas no Open Office que permitem construir gráficos de funções. Nessa atividade, vamos fazer uma tabela relacionando x e f(x), seguido de seu gráfico, por meio das funções gráficas. No arquivo <u>atividade 04 – Gráficos das funções do 1º e 2º grau</u>, existem algumas funções para construirmos seus gráficos.

Em seguida, responda a questão a seguir:

Questão única) Quais foram as funções gráficas utilizadas nesse procedimento?

Atividade 05 – O Número π

A descoberta do número π não foi um processo fácil. Muitos matemáticos dedicaram parte de suas vidas ao cálculo do seu valor. Em cada avanço existiam muitas falhas e muitos retrocessos.

Em outras épocas usava-se a fração 22 / 7 para substituição ao PI, o resultado (3,142857143...) fornece uma razoável precisão, que na prática já é o suficiente para a maioria das "aplicações".

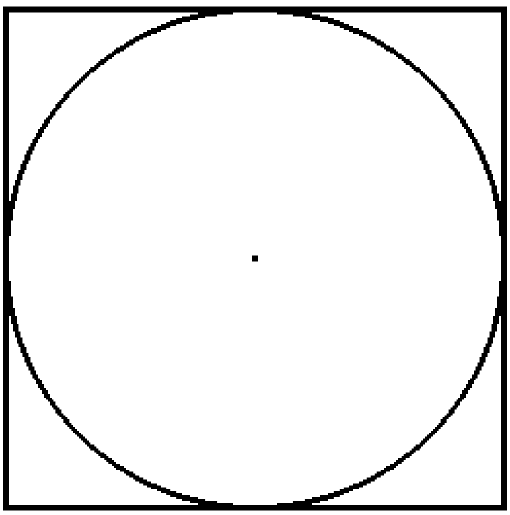
A necessidade de se conhecer mais profundamente a natureza desse número, levou os matemáticos a estudarem suas propriedades mais importantes: a questão de sua irracionalidade(1761) e de sua transcendência (1882). Contudo, resolvidas estas questões, o número π apesar de ser irracional é também transcendente.

O pi é a razão entre o perímetro e o diâmetro de qualquer círculo ou seja:

- **A circunferência de um círculo é "Pi" vezes maior que o seu diâmetro**
- **Dividindo-se a Circunferência de um círculo pelo seu Diâmetro obtemos "Pi".**

Uma outra maneira de encontrar o número π é pelo método estatísticos:

Vamos imaginar o círculo inscrito num quadrado, com mostra a ilustração a seguir:



Vamos imaginar que a figura acima é um alvo e serão lançados 400 dardos aleatórios. Estatisticamente, 314 dardos atingirão o círculo e 86 atingirão a área entre o círculo e o quadrado, pois a probabilidade de que os dardos atinjam o círculo é $\pi r^2/(2r)^2 = \pi r^2/4r^2$, que resultará em $\pi /4$.
Assim, o valor de π assumirá $4 . (S_c / S_q)$.
S_c = Área da circunferência;
S_q = Área do quadrado.

Algumas curiosidades no número π:

1. O cálculo do Pi com milhões de casas decimais é usado para testes em computadores e programas (Hardware e software). Uma diferença em um dos algarismos, indica falha nas arquiteturas.
2. O número pi foi também fonte de inspiração para músicas. Através do uso dos seus dígitos ou outros cálculos envolvendo o pi foram criadas algumas melodias. Já existiram inúmeras tentativas de codificações dos dígitos de pi, visando a sua aplicação musical.
3. Se um bilhão de casas decimais de pi fossem impressas seqüencialmente elas iriam desde a cidade de São Paulo até Recife.
4. Apenas quarenta e sete casas decimais do pi seriam suficientemente precisas para inscrever um círculo em torno do universo visível. Resultado este cujo erro, relativamente à circularidade perfeita, não é maior do que um simples próton.
5. Atualmente o pi já foi calculado com 206.158.430.000 casas decimais. Este é, atualmente, o recorde mundial, calculado por Kanada. Imagine-se a precisão que este valor fornece!
6. Um dos livros mais aborrecidos, alguma vez escrito, foi: "pi com um milhão de casas decimais".

7. A pior aproximação de sempre do pi, surgiu em 1897 quando a "House of Representatives" , no estado de Indiana, apresentou uma proposta de lei que decretou que o valor de pi era 4.

Fonte: http://paginas.terra.com.br/educacao/Astronomia/pi.htm

Vamos agora,