Título: **A CONSTRUÇÃO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO USANDO COMO RECURSO OS NÚMEROS POLIGONAIS.**

Autores: Elisangela Parra Zigart Perez.(mestranda PUC-S.P)
Maria Margarida Massignan de Almeida.(mestranda PUC-S.P)

Público Alvo: 7ª e 8ª série do E.F.

Descrição da experiência: Esta atividade nos proporcionou a experiência de perceber a profundidade e a responsabilidade do trabalho do educador frente às mudanças que se fazem necessárias na forma de trabalho do professor.

Baseado nas leituras das dissertações de Mestrado de Modanez (2003) e em especial a de Nakamura(2003) é que desenvolvemos este trabalho.

Essas pesquisas apontam a generalização como sendo um caminho para o pensamento algébrico. Nosso objetivo é apresentar uma sugestão de aula, através de uma seqüência de números poligonais, levando o aluno a dar significado as expressões algébricas.

Descrição dos procedimentos: Foram propostas atividades de familiarização e o reconhecimento de uma seqüência, utilizando inicialmente um desenvolvimento aritmético para reconhecer as posições iniciais e, dando seqüência às questões, propusemos o reconhecimento de outras posições mais distantes, no qual a construção do desenho se torna mais difícil, levando-o a pensar em uma outra maneira de se chegar a posição pedida.

Nas últimas questões das atividades propostas , os alunos chegaram a um padrão no qual era necessário o uso dos resultados anteriores, constatando não ser esse um bom caminho para encontrar as posições distantes, ou seja , chegar em uma generalização.

Para um primeiro trabalho com alunos no qual envolve generalização percebemos que se faz necessário a intervenção do professor, instigando o aluno a refletir, conseguindo concluir a fórmula geral para encontrar a equivalência entre a posição pedida e o desenho relacionado com a mesma.

Discussão dos Resultados: Percebemos, de fato, que é possível trabalhar na perspectiva da construção do pensamento algébrico e atribuir significado aos mesmos.

Este é um dos caminhos que podem ser tomados para a construção do pensamento algébrico. Observamos nas aplicações das atividades o engajamento dos alunos e comentários extremamente positivos ao terminarem as atividades, fato incomum ao lidarmos com as estruturas algébricas.

A partir deste trabalho percebemos a relevância deste tema e o quão urgente ele reclama trabalhos de pesquisa sobre o assunto.

Bibliografia :

KRULIK, Stephen e REYS, Robert E. **A resolução de problemas na matemática escolar.** Trad. Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo, Atual, 1997.

MACHADO, S.D.A. et al. **Educação Matemática**: *uma introdução*. São Paulo: EDUC, 2002.

MODANEZ, Leila. **Das seqüências de padrões geométricos à introdução do pensamento algébrico.** Dissertação de Mestrado em Educação Matemática . PUC-São Paulo,2003.

NAKAMURA, Olga Y.A. **Generalização de padrões geométricos: Caminho para construção de expressões algébricas no Ensino Fundamental.** PUC-S.P. Mestrado. Orientadora: Anna Franchi.

Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais** (E.F): Matemática: Brasília: MEC/SEF, 1989.

ANÁLISE DIDÁTICA DA SEQUENCIA DE TRIÂNGULOS (ATIVIDADE I)

M + 3 Conhecimentos do Professor, do aluno, Noosfera. Ambiente da sala de aula		P + 3 P - noosfera Conhecimentos do professor, instituições, dos livros didáticos.	S + 3 S - noosfera Interação do M+3 e P+3, selecionar conhecimentos necessários do professor, aluno, noosfera para construção do projeto.
M + 2 Seleção de conhecimentos do professor, aluno, noosfera: A introdução do pensamento algébrico, a idéia de variável, expressões aritméticas e algébricas.		P + 2 P – construtor O professor constrói o projeto a partir do M+2	S + 2 Construção Do projeto a partir dos objetos de M+3 O enunciado é construído de forma clara com o objetivo implícito de: Introduzir através da seqüência de números triangulares e posteriormente a relação com os números quadrangulares, uma fórmula geral, que expresse a seqüência dada.
M + 1 M – didática O enunciado é construído de forma clara com o objetivo implícito: Introduzir através da seqüência de números triangulares e quadrangulares, uma formula geral, que expresse a seqüência.	E + 1 reflexivo	P + 1 planejador O professor planeja as atividades da situação-problema	S + 1 S de projeto Fórmula aritmética que seja validada para a seqüência levando a uma formula algébrica.
M- 0 M de aprendizagem Poderá encontrar uma expressão algébrica através da seqüência de números figurados, apresentando saídas diferentes	E 0 Aluno O aluno formula o que aprendeu em S - 1 (Institucionalização local)	P 0 Professor Professor intervém para concluir (Institucionalização)	S 0 S - didática Trata-se de mostrar a necessidade de uma fórmula que expresse o número de bolinhas de qualquer posição.
M – 1(inicio do processo ensino aprendizagem) M de referência No nível M-1, é definido pela questão: Qual é o número de bolinhas da posição 200?(por exemplo) O aluno perceberá que existe uma expressão algébrica.	E - 1 E - aprendiz O aluno fazendo tentativas. por exemplo quando chega encontrando $t_n = t_{n-1} + n$, percebendo que está fórmula não é muito eficiente.	P - 1 P - observador Havendo necessidade o professor deve intervir.	S - 1 S - aprendizagem O aluno busca a expressão algébrica que representa o termo geral de cada seqüência, mas ainda não consegue concluir.
M - 2 Os objetos da situação objetiva (S-3) com os quais (E-3) estabelece uma relação local estável, constitui o (M-2), para interação de (E-2). O aluno está identificando os números de bolinhas com a posição da seqüência.	E - 2 E - agindo Busca padrões na seqüência começando a criar um modelo aritmético. No caso o aluno começa a comparar as seqüências até descrever uma linguagem que expresse regularidades		S – 2 S de referência Busca um modelo aritmético, que será válido para qualquer posição da seqüência que relacione com o número de bolinhas.
M - 3 M - material • Operações com os números, Naturais, Inteiros e Racionais. • Propriedade associativa da adição. • Equivalência (igualdade) • Expressões numéricas. • Constatação visual do número de bolinhas relacionada com a posição (relação de dependência). Multiplicação (a soma das parcelas iguais) • Conhecimento de números consecutivos	E - 3 E - objetivo Produzir pontos, construção de gráficos.		S - 3 S - objetiva Encontrar uma expressão algébrica através da seqüência de números figurados. No qual o meio material(M-3), contem os objetos disponíveis para E-3 que permite iniciar a resolução do problema.

<u>ESTRATÉGIAS ENVOLVIDAS.</u>

Nas primeiras questões, foram propostas atividades de familiarização e o reconhecimento de uma seqüência, utilizando assim apenas um desenvolvimento aritmético para reconhecer as posições iniciais e chegar ao número de bolinhas de cada posição, dando seqüência as questões, propusemos o reconhecimento de quantas bolinhas se encontrava em outras posições já mais distantes, no qual a construção do desenho se torna mais difícil, levando-o a pensar em uma maneira de se chegar a quantidade de bolinhas da posição pedida.

Nas ultimas questões da atividade I, chegamos a um padrão, que precisamos dos resultados anteriores, constatando não ser esse um bom caminho para encontrar as posições maiores, ou seja , chegar em uma generalização.

Com o objetivo de concluir uma fórmula geral, foi proposta uma segunda atividade, onde o professor fez a intervenção, instigando o aluno a refletir que $t_1 = 1$ então t_2 é 3, que é 1+2. Daí, t_3 é 6, que é 1+2+3. (vários alunos participam), conseguindo montar a soma e visualizar a relação do primeiro com o ultimo, do 2º com o penúltimo e assim sucessivamente, até concluírem (depois de várias observações) a fórmula geral para encontrar o número de bolinhas de qualquer posição pedida.

<u>ANÁLISE DIDÁTICA</u>

<u>Conhecimentos mobilizáveis.</u>

<u>É necessário saber:</u>

- Operações utilizando o conjunto dos números Racionais.
- Propriedade associativa da adição.
- Equivalência (igualdade)
- Expressões numéricas.
- Constatação visual do número de bolinhas relacionada com a posição (relação de dependência).

- Multiplicação (a soma das parcelas iguais)
- Conhecimento de números consecutivos
- Números quadrados perfeitos.

Variável didática

- Trabalho em grupo.
- Mudança de quadros (geométrico/numérico para o algébrico).
- Conversão de registro (quando o aluno passa da linguagem natural para a linguagem algébrica).
- Perceber generalidades a partir da posição (associação entre a posição e o numero de bolinhas) .
- Situação problema.
- Uso das letras para generalizar a seqüência de números triangulares.
- Fórmula geral da seqüência dos números triangulares.
- Conhecimento da palavra posição para representar o valor numérico.

Para o desenvolvimento desta atividade, o professor deve estar atento as diferentes respostas encontradas pelos alunos, fazendo discussões na lousa, relatando os diversos resultados encontrados, mostrando a validade das diferentes formas encontradas pelos alunos, acontecendo sempre que necessário a intervenção do professor, para que conseqüentemente o professor faça a institucionalização.

QUADROS E REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIOTICA

O principal objetivo dessa atividade é o entendimento por parte dos alunos da idéia de variável. A atividade proposta tem por objetivo provocar a mudança de quadros (do geométrico/ numérico para o algébrico), com a intenção de construir com o aluno o conceito de variável.

O centro da nossa atenção não é a mudança em relação a distintos sistemas semióticos (a linguagem natural, a linguagem algébrica, as figuras geométricas, etc) , e sim a importância da conversão do registro geométrico para a linguagem natural, desta para a linguagem aritmética e daí para a linguagem algébrica, pois o que desejamos é o desenvolvimento específico da linguagem algébrica.

Pretendemos que o aluno chegue no domínio matemático algébrico que é um novo quadro em relação ao quadro da geometria. Nesse novo quadro os registros poderão ser feitos na linguagem natural e só depois passarão por uma conversão, para então serem escritos na linguagem algébrica.

A idéia de mudança de quadros de Douady (1987) é também importante nesse estudo pois o que queremos promover é a alternância de diferentes abordagens em domínios matemáticos distintos.

EFEITOS DA TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA

O objetivo principal dessa atividade foi fazer com que os alunos sentissem a necessidade de algo a mais do que sabiam, devendo perceber que a aritmética não dá conta de receber as questões propostas, o professor não deve em hipótese alguma contar para o aluno o que ele deve fazer, mas encaminhar a atividade por meio de questionamentos que ajudem o aluno a perceber a regra de formação da seqüência , esperando que o aparecimento do uso da letra surja de maneira natural e espontânea.

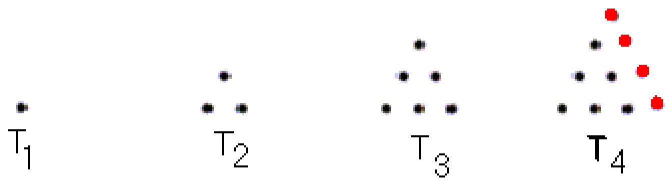
Se o nosso objetivo é mostrar para o aluno como uma determinada figura se transforma na seguinte, bem como descobrir a regra de formação da seqüência, é importante que o professor discuta as diferentes respostas encontradas pelos alunos, mostrando se são todas equivalentes ou se alguma apresenta erro. Nesse momento o professor estará fazendo a institucionalização.

ANÁLISE PRAXEOLÓGICA (Vamos analisar a seqüência de triângulos)

Dada a seqüência de números triangulares. (até a 3ª posição)

Tarefa 1- Desenhe a próxima figura e diga quantas bolinhas tem.

Técnica -



Discurso teórico – tecnológico: o número de bolinhas da figura anterior mais 4.

Tarefas 2- Desenhe a 7ª figura da seqüência e diga quantas bolinhas ela tem.

Técnica – o mesmo procedimento utilizado na técnica anterior

Discurso teórico – tecnológico: o número de bolinhas da figura anterior mais 7.

Observação: os exercícios 3 e 4 é o mesmo da **tarefa 2** apenas mudando para posição 10ª e 15ª, não sendo necessário a análise.

Tarefa 5 - Escreva a resposta do item anterior através de uma sentença matemática.

Técnica – nºb (15ª) = nºb(14ª) +15.

Discurso teórico-tecnológico: $T(n)=T(n-1)+n$ (o nº de bolinhas de qualquer posição é o número de bolinhas da posição anterior mais a posição pedida.)

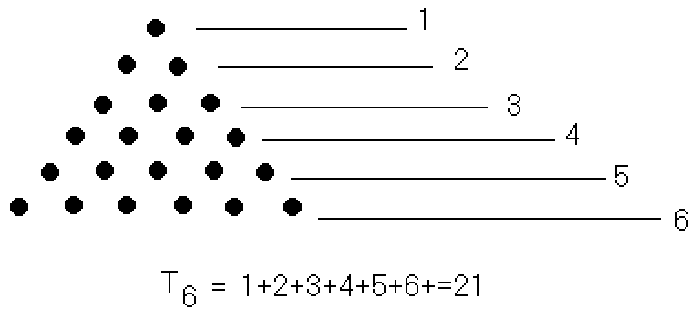
Tarefa 6 – Quantas bolinhas tem na 2000ª (T_{2000})

Técnica - nºb(1999ª)+2000

O aluno não chegou na resposta.

Discurso teórico – tecnológico: percebeu que essa fórmula precisava dos números de bolinhas das posições anteriores, a fórmula não é muito eficiente.

Tarefa 7- Observe o desenho abaixo:



Faça o mesmo para T_{10} e T_{15}.

Técnica - 1+2+3+4+5+6+7+8+9+10= 55

1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+13+14+15=120

Discurso teórico – tecnológico: utilizou o algoritmo da soma.

Tarefa 8: Como faria para encontrar T_{10} sem utilizar a calculadora ou a soma " tradicional "?

Técnica $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10$ -

(1+10) +(2+9)+(3+8)+(4+7)+(5+6)= 11.5=55

Somou os termos eqüidistantes, e multiplicou pelo número de vezes que repetiu.

Discurso teórico – tecnológico:

- Associou os termos eqüidistantes
- Multiplicação de parcelas iguais (Soma de uma P.A).

Tarefa 9- Faça o mesmo para $\mathbf{T}_{15}$

Técnica- 9. 1

$1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+13+14+15$

(1+15)+(2+14)+(3+13)+(4+12)+(5+11)+(6+10)+(7+9)+8= 16.7 +8=120

Somou os termos eqüidistantes, e multiplicou pelo número de vezes que repetiu mais o termo central.

Técnica- 9. 2

16.7,5=120

16.(7 +0,5)=16.7+16.0,5

A soma 16 aparece 7 vezes, sobrando o número 8 que é a metade de 16.

Discurso teórico – tecnológico: resolução da expressão numérica que comprove a veracidade da soma da seqüência.

Tarefa 10- escreva uma regra matemática para encontrar o número de bolinhas de qualquer posição.

Técnica 10.1: nºb(p) = (1+ p). $\frac{p}{2}$

Técnica 10.2: nºb(p) = (1+p). $\frac{(p-1)}{2}$ + $\frac{1+p}{2}$ = (1+ p). $\frac{p}{2}$

Discurso teórico – tecnológico:

- Números consecutivos
- Expressão aritmética
- Expressão algébrica