

**Mestranda: Nathalia Tornisiello Scarlassari**  
**Orientadora: Anna Regina Lanner de Moura**

## **Dificuldades em álgebra: Tradução Literal**

### **Introdução**

Este trabalho foi realizado numa escola particular da cidade de Piracicaba na qual realizamos estágio com objetivo principal de verificar o tipo de dificuldades encontradas pelos alunos do ensino fundamental ao estudar álgebra. Nossa expectativa é de contribuir para que o professor se situe frente à natureza das dificuldades mais frequentes e possa ter ações mais eficazes do que a repetição do modelo certo.

As abordagens tradicionalmente veiculadas na prática pedagógica de álgebra elementar, nos diferentes níveis de ensino, têm focalizado principalmente o uso, memorização e repetição de fórmulas, como modo único de aplicação dos conceitos algébricos. Em decorrência desse tipo de abordagem, poderíamos citar algumas possíveis dificuldades que os alunos apresentam tais como: a não compreensão da significação em linguagem retórica das fórmulas em linguagem simbólica; não compreensão das operações elementares; relacionar ou associar o que está representado e transportar os problemas para o contexto de que se trata.

Muitas dessas dificuldades apresentadas pelos alunos estão diretamente relacionadas às abordagens do ensino de álgebra elementar assumidas e trabalhadas pelos professores em sala de aula. Dependendo da abordagem, as dificuldades tendem a manifestar-se mais em determinados aspectos do que outros. Em vista disso, consideramos que uma abordagem que trabalhe a construção dos conceitos tendo como referência o enfoque teórico lógico-histórico do conceito (Kopnin, 1975), provavelmente possibilitará a compreensão das fórmulas que venham a ser usadas posteriormente.

Em sua trajetória escolar com relação à matemática, a problemática do aluno se acentua a partir da 6ª série, onde a maioria de suas dificuldades são atribuídas à incompreensão da álgebra elementar. De modo específico e baseado em nossos estudos, os alunos apresentam maiores dificuldades, sobretudo, em relação ao conceito de variável. Ou seja, vêem a variável como limitada à incógnita e desvinculada de um campo de variação.

A acumulação do não entendimento das regularidades e generalizações numéricas na aprendizagem da aritmética constituem dois fatores associados à problemática do não

entendimento da álgebra elementar. Em outras palavras, a álgebra é introduzida como algo totalmente novo, desvinculada de conhecimentos anteriores que o aluno possa ter desenvolvido e fechado num formalismo simbólico.

Nosso objetivo é aprofundar este fenômeno que vai afastando gradativamente o aluno da matemática, para entender as dificuldades que apresenta e suas origens. Neste sentido, tomamos como pressuposto que as dificuldades e possíveis origens relacionam-se, em parte, a abordagem assumida e trabalhada pelo professor. Assim, torna-se necessário discutir as abordagens de álgebra no ensino, as concepções e os erros ou dificuldades deste conteúdo específico.

A metodologia consistiu de um estudo com alunos de duas 6<sup>a</sup> séries do Ensino Fundamental de um colégio da rede particular da cidade de Piracicaba – SP, no qual vínhamos desenvolvendo estágio como plantonista desde 1.999. Para a construção dos dados assistimos trinta (30) aulas de Matemática nestas turmas e proporcionamos dois (2) plantões de dúvidas nos quais os alunos resolviam alguns problemas propostos por nós e pelo professor das turmas.

### **Metodologia**

Para o levantamento do material empírico da pesquisa de campo usamos: os registros escritos dos alunos, as observações que fazíamos ao assistir as aulas e o diário de campo onde registrávamos o acompanhamento que dávamos aos alunos no plantão de dúvidas.

O material empírico foi organizado com base na questão de investigação “*quais as dificuldades, e suas possíveis origens, apresentadas pelos alunos da 6<sup>a</sup> série do ensino fundamental no estudo de álgebra elementar*”, e analisado tendo por referência a literatura selecionada para a pesquisa: Smith (1958), Caraça (1975), Booth (1995), Lima (1993) e Koppin (1975). Com base neste critério, organizamos o material construído que consta de:

- 1- descrição em linguagem natural de situações de variação quantitativa ;
- 2- resolução de equações com o objetivo de identificar dificuldades em aritmética;
- 3- formalização em linguagem algébrica das situações de variação quantitativa e do respectivo campo numérico de variação.

Embora tenhamos realizado a análise que compreende os três itens acima, optamos

em apresentar a discussão, os resultados e conclusões relativas ao item da descrição em linguagem natural de situações de variação quantitativa.

Desse modo, organizamos os dados em uma tabela (anexo) na qual categorizamos as dificuldades segundo regularidades aí encontradas e que permitiu uma categorização das dificuldades e uma percepção da natureza das mesmas cujas características aprofundamos na análise.

### **Análise**

A categorização e tabulação dados em tabela adveio de leituras recorrentes do material empírico com o intuito de identificar e descrever todas as dificuldades manifestas pelos alunos quando solicitados a resolver questões algébricas. Da freqüente leitura dos dados orientada pela questão da pesquisa e pelo referencial teórico que elaboramos, construímos categorias de análise, das quais *dificuldades* é a maior, por ser foco de nosso interesse e explicitada na questão orientadora. Todavia, para mediar melhor o processo de análise construímos sub-categorias, a saber: 1– Tradução literal; 2 – Equivalências de expressões; 3 - Traduções de expressões que indicam movimento ou variação; 4 - Princípio de equivalência; 5 - Significado de operação matemática; 6 - Relação operacional entre as expressões; 7 - Noção de unidade; 8 - Tipos de Linguagem. Essas categorias permitiram um aprofundamento da natureza das dificuldades manifestas pelos sujeitos da pesquisa. Nesta apresentação nos limitaremos a descrever a análise da categoria secundária Tradução Literal.

#### ***Categoria 1: Tradução Literal***

O desenvolvimento e a repetição de exercícios que solicitam a tradução da linguagem retórica para a linguagem simbólica, não possibilita ao aluno a elaboração do conceito algébrico, de variação numérica e de equação. Uma natureza inicial das dificuldades de tradução é presente na maioria dos casos sugere uma limitação no procedimento que desenvolve uma tradução literal, termo a termo, da linguagem retórica para a linguagem simbólica. Ou seja, acompanhada de uma interpretação linear do pensamento operacional contida no enunciado da expressão.

A interpretação do pensamento operacional manifesta-se pela tradução direta dos termos que expressam sinal de operação para a simbologia correspondente, nem sempre

feita de maneira coerente. Muitas vezes, os sinais são postos na expressão, sem que o aluno estabeleça relações com o significado daquela.

A segunda natureza manifesta-se quando o pensamento linear é considerado na tradução de cada termo, atendendo rigorosamente a ordem em que aparecem na frase. Exemplo disto é o modo como expressam o conceito de fração de uma variável “numerador e denominador são indiferenciados”. De modo específico, podemos perceber na expressão “metade de um número” que o aluno traduz para  $2/x$ . Neste caso, 2 é representado como numerador porque “vem escrito primeiro”, conforme expressou uma aluna da 6ª série B. Alguns alunos representam também por  $2 : x$ , esse tipo de representação pede um tipo de leitura diferente da expressão  $2/x$ , uma vez que esta última representa uma fração e a outra uma divisão de 2 por  $x$ . Essa tradução literal denota uma rigidez do pensamento numérico do aluno, ou seja, entender fração apenas um número “fixo” e não um movimento da operação divisão, cujas raízes residem possivelmente no ensino da aritmética. Talvez falte aqui, um trabalho com a idéia de fração de uma variável que supere um ensino centrado em exemplos e exercícios somente com número físico que possibilita ao aluno, uma reduzida observação e elaboração de regularidades e generalizações numéricas. Uma maneira de superar esse tipo de dificuldade, talvez esteja no trabalho com os alunos, da relação entre as expressões retóricas “metade de um número” e “um número pela metade”.

Segundo Smith, o desenvolvimento conceitual da álgebra apresenta três fases distintas de sua linguagem simbólica (retórica, sincopada e simbólica) evidenciando com isso que o pensamento de variação não teve de imediato uma linguagem algébrica (simbólica) para sua representação. Desse modo, é necessário todo um processo de formalização que decorre da complexificação das necessidades sociais, que vem exigindo resultados sempre mais precisos a seus problemas. O trabalho da álgebra no ensino pode ser feito primeiramente através de um entendimento e descrição de movimentos quantitativos presentes na realidade natural e social do aluno, em linguagem a ele compreensível. Nossos dados mostraram que apenas a resolução de uma lista de exercícios pode induzir o aluno a uma tradução linear da linguagem retórica para a linguagem formal sem que haja um entendimento do conceito de variação nela implícito.

### ***Conclusão***

Em nossas conclusões pensamos em responder a questão de pesquisa tecendo algumas suposições sobre o quadro de dificuldades que levantamos e analisamos e discorrendo sobre possíveis contribuições para o ensino de álgebra elementar.

Inicialmente, identificamos oito (8) dificuldades distintas relativas aos alunos, porém não excludentes. De fato, estas se interpenetram na prática pedagógica deste conteúdo específico. Todavia, buscamos também apoio da literatura revisada, indicações que nos permitissem apontar para as possíveis origens destas dificuldades e, projetar indicações didático - pedagógicas para o seu enfrentamento, por parte do professor. Neste ponto, consideramos que a presente investigação avança em relação aos estudos de Booth (1995); Neves (1995) e Pinto (1997).

De modo específico, o avanço apresenta-se ao identificarmos dificuldades de tradução que remetem ao modo como os alunos mobilizam os três tipos de linguagem referidos por Smith (retórica, sincopada e simbólica). Em outras palavras, percebemos que as traduções geralmente não expressam o pensamento operacional presente na linguagem retórica. Assim, do ponto de vista do aluno, manifesta-se dentre outros aspectos, um não entendimento das diferentes expressões lingüísticas que indicam o pensamento subtrativo; a leitura do princípio multiplicativo, sem que se diferencie múltiplo de divisor; não identificam a diferença entre os termos da divisão e desconsideram a igualdade entre as expressões que representam equivalências. Consideramos que possivelmente tais dificuldades vinculam-se à falta de compreensão dos sentidos associados àquelas, bem como na não compreensão do pensamento de variação e de uma representação matemática relativizando-a a um campo numérico de variação.

Em relação às indicações pedagógicas para um trabalho que venha a superar as dificuldades e suas origens, pressupõe em nosso entendimento, o desenvolvimento de atividades de ensino na tripla dimensão: indivíduo, pequenos grupos e grupo-classe. Naquelas trabalhar-se-iam: 1) o conceito de correspondência que na visão de Caraça (1975) é o germe do pensamento da equivalência e não está presente imediatamente no número; 2) os termos envolvidos nas operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, tanto na aritmética como na álgebra, bem como seus respectivos significados; 3) o conceito de unidade como um número; 4) o pensamento de variação e de uma representação

matemática relativizando a um campo de variação; 5) a pensamento operacional presente na linguagem retórica que amplie a compreensão das traduções; 6) os diferentes tipos de linguagens propostos por Smith, no que diz respeito às suas contribuições e limites; 7) as regularidades e generalizações como possibilitadoras de construção do pensamento algébrico; 8) leitura e releitura das traduções das três linguagens, como possibilidade de reconstrução dos enunciados propostos e de entendimento por parte dos alunos.

A visão estática de número; a aritmética centrada exclusivamente em exercícios e exemplos com o número físico, sem que exista um trabalho com expressões que indicam variação quantitativa; expressões abertas que não são definidas por uma igualdade entre números tornam inacessível à compreensão do aluno a natureza da variável. Atividades que solicitam a análise de variações e sua representação em linguagens elaboradas pelo aluno podem contribuir para a diminuição das dificuldades e para o entendimento de variável e respectiva representação algébrica.

A questão fundamental no ensino é que diante de um erro algébrico é ineficaz a repetição do modelo certo, e até mesmo a utilização de algumas analogias como o conceito de equivalência referido à idéia da balança, Neves (1995). É importante entender as raízes aritméticas do erro e de compreensão de movimento e variação numérica. Para recuperar o conceito de equivalência não adianta recorrer apenas à idéia da balança, Neves (1995).

Em continuidade da pesquisa pretendemos reunir dados que permitam fazer uma relação mais profunda entre a prática pedagógica e as dificuldades em álgebra de modo a ampliar nossa contribuição para o ensino da álgebra escolar. Consideramos também que o desenvolvimento deste trabalho contribuiu sensivelmente para nosso crescimento pessoal, profissional e acadêmico.

### Referências Bibliográficas

- ARAUJO, Elizabeth Adorno de. **Influências das habilidades e das atitudes em relação à matemática e a escolha profissional**. Campinas: UNICAMP, 1999 (Tese de doutorado).
- BOOTH, Lesley – Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. In: COXFORD, A. F. & SHULTE, A. P. **As idéias da álgebra**, 1995.
- CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Lisboa. Portugal: Livraria Sá da Costa Editora, 1975.
- GIANNOTTI, Sandra Moraes. **A influência da linguagem na resolução de problemas matemáticos**. Campinas: UNICAMP, 1998 (Trabalho de conclusão de curso)
- GRANDO, Neiva I., **Dificuldades e Obstáculos em Educação Matemática**. Espaço pedagógico. V.2, n. 1, p. 109-122, Passo Fundo: UPF. Faculdade de Educação, 1995.
- KOPNIN, P. V. **A dialética como lógica e teoria do conhecimento**. Coleção Perspectivas do homem. Editora Civilização Brasileira S.A., Rio de Janeiro/RJ, Volume 123, 1978
- LIMA, Luciano. PÉRICLES, Roberto. TAKASAKI, Mário. **A variável: Escrevendo o movimento, A linguagem algébrica 1**, São Paulo: CEVEC, 1993.
- LIMA, Luciano. PÉRICLES, Roberto. TAKASAKI, Mário. **O cálculo algébrico: Operações com “números algébricos”, A linguagem algébrica 2**. São Paulo: CEVEC, 1993.
- LINS, Rômulo C.. **Álgebra e pensamento algébrico na sala-de-aula**. In A Educação Matemática em Revista. Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática-SBEM- Ano I- N.º 2. Blumenau, SC, 1994.
- MATOS, José Manuel; SERRAZINA, Maria de Lurdes. **Didática da Matemática**. Lisboa. Portugal Universidade Aberta, 1996.
- MILTON, Ken. **Estimulando o pensamento algébrico nas crianças**. The Australian Mathematics Teacher, Vol.45, 1989.
- MOREN, Elisabeth B. S., et al. **Diagnóstico e análise de erros em matemática: subsídios para o processo ensino-aprendizagem**. Cad. Pesq., São Paulo, n.83, p. 43-51, nov. 1992.
- NEVES, Paulo. **Um estudo sobre o significado, o ensino e a aprendizagem da álgebra** São Paulo: USP, 1995 (Dissertação de Mestrado).

**Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília:MEC/SEF, 1996.**

PINTO, Renata. **Erros e dificuldades no ensino da álgebra: o tratamento dado por professoras da 7ª série em aula.** Campinas: UNICAMP, 1997 (Dissertação de Mestrado).

SMITH, D. E., **History of Mathematics.** Vol. 2, New York. Dover Publications, INC., 1958, pp 378-386 e 26-29.

## Anexo

Tabela dos tipos de dificuldades e origens em álgebra elementar (número total de alunos: 67)

Categorias dos tipos de dificuldades	Natureza das dificuldades <sup>1</sup>	Exemplos: Questões e Respostas <sup>2</sup>	Frequência <sup>3</sup>
1 – Tradução literal <sup>4</sup>	A - Interpretação linear do significado da operacionalidade expressa no enunciado da questão	Q.1 - A metade de um número adicionada a este número é igual a mil e duzentas unidades. Respostas: A) $x - x + x = 1200$ B) $2/x + x = 1200$  Q.2 - O triplo de um número subtraído de quatro unidades é igual ao dobro deste número. Respostas: A) $3x - 4 = 2x$ B) $3/u - 4 = 2/u$ C) $3x + x - 4 = 2x$  Q.3 - O dobro da soma de um número adicionado de seis unidades é igual a vinte. Respostas: A) $2 \cdot x + 6 = 20$ B) $2 \cdot x + x + 6 = 20$  Q.4 - A metade de um número é igual a este número menos quatro	100 %

<sup>1</sup> Natureza da dificuldade dá um indicador de sua origem na formação de outros conceitos.

<sup>2</sup> Os exemplos são extraídos como indicadores de tipos de exercícios propostos para os alunos desenvolverem e as respostas são as manifestações das dificuldades.

<sup>3</sup> Frequência diz respeito à regularidade das manifestações das dificuldades.

<sup>4</sup> Tradução literal :Tradução termo a termo para a linguagem algébrica, com uma interpretação linear do significado operacional contido no enunciado em linguagem retórica.

	<p>B – Conceito de fração de uma variável. “numerador e denominador são indiferenciados”.</p>	<p>unidades. Respostas: A) <math>2/x = x - 4</math> B) <math>2x = x - 4</math></p> <p>Q.5 - A metade de um número somado a terça parte desse mesmo número é igual ao quádruplo dele subtraído de 20 unidades. Respostas: A) <math>2/x + 3/x = 4x - 20</math> B) <math>2:x + x/3 = x/4 - 20</math> C) <math>x/2 + 3:x = 4.x - 20</math></p> <p>Q.6 - Rute cantou a metade da soma das canções do coral com nove. Respostas: A) <math>2: (x+9)</math> B) <math>2 + 9x</math> C) <math>x:2 + 9</math></p>	<p>32,83%</p>
--	---	--	---------------