

Lista de Exercícios 1

Entrega os três exercícios/programa até Terça Feira 03/09/2019.

- (1) (PROGRAMA) Considere o seguinte problema diferencial ao contorno (BVP) com condições a fronteira de Dirichlet:

$$u''(x) = \sin(2\pi x) + \cos(2\pi x) \quad , \quad -1 < x < 1$$
$$u(-1) = -1, \quad u(1) = 2.$$

Escreva um programa para resolver este problema (usar o algoritmo de Thomas ou um outro a escolha), usando uma malha uniforme de espaçamento h , e a formula das diferenças finita centrada:

$$D^2u(x) = \frac{u(x+h) - 2u(x) + u(x-h)}{h^2}$$

para approximar a segunda derivada. Este método é convergente? Se sim de que ordem? Teste a sua resposta analisando o erro usando a norma

$$\|U - \hat{U}\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^N h(u_i - u(x_i))^2}.$$

- (2) Verificar se as seguintes formulas (metodos) são consistentes e determinar o seu erro de truncamento local para aproximar $u'(x_i)$, fazer o mesmo para aproximar $u''(x_i)$.

- $\frac{u_{i+1} + u_i}{\Delta_x}$,
- $\frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2\Delta_x}$,
- $\frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{\Delta_x^2}$,
- $\frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{\Delta_x}$,
- $\frac{u_{i+2} - u_{i-2}}{4\Delta_x}$,
- $\frac{u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}}{\Delta_x^2}$

(3) Usando o método dos coeficientes indeterminados, determinar dois métodos das diferenças finitas do tipo $\sum_{i=0}^2 a_i u(x + ih)$ para aproximar respectivamente:

- $u'(x)$,
- $u''(x)$.

De que ordem são os métodos determinados? Explique a resposta analisando o erro de truncamento local.

Em geral, se temos uma formula com n pontos e queremos aproximar a derivada $u^k(x)$ (com $n > k$) de que ordem podemos obter o método? Motive a sua resposta.