MT403, Análise Numérica I
Segundo Semestre 2016, IMECC-UNICAMP

Prova 1

(a) Determinar mediante o método dos coeficientes indeterminados uma fórmula às diferenças finitas que aproxime $u'(x)$ com terceira ordem.

(b) Considere o problema com condições ao contorno

$$\begin{cases} u'' = f \\ u(0) = \alpha \\ u(1) = \beta \end{cases}$$

Seja $\widetilde{D}^2(u(x))$ uma fórmula consistente qualquer para aproximar $u''(x)$, e considere o relativo método numérico $D^2(u_i) = f(x_i)$, para $i = 1, .., n$ com $u_0 = \alpha$, $u_{n+1} = \beta$. Seja A_h a matriz associada a aplicação do método numérico com passo h.

- Prove que o erro global E satisfa $A_h E = -\tau$ onde τ é o vetor dos erros de truncamento local em x_i.
- Em vez de resolver o sistema, é possivel obter uma expressão explícita do erro global em função das funções de Green: $E_i = -G_0(x_i)\tau_0 - h\sum_{j=1}^{n} G(x_i, x_j)\tau_j - G_1(x_i)\tau_{n+1}$.
  Qual é a vantagem desta expressão do erro?
- Descreva porque o método das correções adiadas (Deferred Correction method) aplicado ao método $\widetilde{D}^2(u_i) = f(x_i)$ permite de obter um método numérico de ordem maior.

(c)
- Defina os métodos Runge-Kutta (RK) para o problema de valor inicial $u'(t) = f(u(t), t)$, $u(0) = u_0$, $t > 0$
- Escreva um método RK de dois estágios para aproximar a solução do seguinte problema a valor inicial

$$\begin{cases} u''(x) + u(x) = 0 \\ u(0) = \alpha \\ u'(0) = \beta \end{cases}$$

(d)
- Definir o conceito de convergência para os métodos numéricos usados para resolver o problema $u'(t) = f(u(t), t), u(0) = u_0, t > 0$
- Determine um método linear multistep não convergente.
- Qual é a diferença entre zero-estabilidade e estabilidade absoluta?
- O que tem de acontecer para que um método zero-estavel não seja estável absolutamente? Pode responder usando um exemplo numérico.