

Programa 2

Considere o seguinte problema parabólico (equação do calor) em duas dimensões no domínio $D = [-1, 1] \times [-1, 1]$ com condições a fronteira de Dirichlet:

$$\begin{aligned}u_t &= 0.5(u_{xx} + u_{yy}), & (x, y) \in D, t > 0 \\u(x, y, 0) &= \sin(\pi x) \sin(\pi y), & (x, y) \in D \\u(x, y, t) &= u_e(x, y, t), & (x, y) \in \partial D, t > 0\end{aligned}$$

Onde $u_e(x, y, t) = \exp^{-\pi^2 t} \sin(\pi x) \sin(\pi y)$.

- (a) Escreva um programa para resolver este problema usando uma malha uniforme de espaçamento $h = \Delta_x = \Delta_y$, e passo no tempo k . Use os métodos:
- FTCS (Forward Euler in time e Centered Scheme in space)
 - Crank-Nicolson
 - ADI (Alternative Direction Implicit)
- (b) Determine a ordem dos métodos utilizando a sequência (h, k) com $h = 0.1, k = 0.1, 0.01, 0.005, 0.001$ e (h, k) com $k = 1e - 4, h = 0.1, 0.01, 0.005, 0.001$.
- (c) Utilize em cada caso (acima) o erro expresso em norma 2 da malha

$$E^n = h \left(\sum_{i,j} (U_{ij}^n - u_e(x_i, y_j, t^n))^2 \right)^{1/2}$$

nos tempos $T = 0.1, 1, 10$.

- (d) Comente os resultados obtidos.