MT403, Análise Numérica I
Segundo Semestre 2016, IMECC-UNICAMP

Programa 1

Considere o seguinte problema diferencial ao contorno (BVP) com condições a fronteira de Dirichlet e de Neumann:

$$\begin{aligned} &u''(x) + cu'(x) = e^{-2x} \quad , 0 < x < 1 \\ &u(0) = \alpha, \quad u'(1) = \beta. \end{aligned}$$

(a) Escreva um programa em MATLAB para resolver este problema usando uma malha uniforme de espaçamento h, e as formula das diferenças finita centradas:

$$D^2u(x) = \frac{u(x+h) - 2u(x) + u(x-h)}{h^2}, \quad D_0u(x) = \frac{u(x+h) - u(x-h)}{2h}$$

para approximar respetivamente a segunda derivada e a primeira derivada de u nos pontos interiores. Na fronteira $x = 1$ use três diferentes estratégias para aproximar a condição de Neumann $u'(1) = \beta$.

(b) No caso $c = 0$ a solução teórica do problema é $u(x) = a + bx + \frac{1}{4}e^{-2x}$. Considere-se os casos:

- $\alpha = 0, \ \beta = 0;$
- $\alpha = 1, \ \beta = 1.$

Calcule em cada caso a norma infinito do erro global da solução numérica obtida em $[0, 1]$ ao variar do espaçamento h, com $h = 0.1, 0.05, 1e-02, 5e-03, 1e-03$. Use as três estratégias na fronteira descritas no ponto anterior. Escreve uma tabela com os valores dos erros encontrados. Use um plot log-log para representar estes valores. Determine a ordem do erro, utilizando o método dos mínimos quadrados (least square fitting line).

(c) No caso $c = -3$ a solução teórica do problema é $u(x) = a + be^{3x} + 0.1e^{-2x}$. Resolver as tarefas apresentadas no ponto anterior (agora com $c = -3$).