

## Exercícios 5

### Problemas Hiperbólicos e Equação de Adveção

- 1) Quais são as diferenças (matemáticas e físicas) entre problemas hiperbólicos e problemas parabólicos?
- 2) Determine a equação de adveção (ou equação da onda de primeira ordem) sabendo que é aquela que descreve a distribuição da concentração de um solvente (que não se dissolve) num fluido com velocidade  $a$  dentro um tubo unidimensional infinito.
- 3) Usando o método das linhas, prove que o método FTCS não é estável para aproximar a equação de adveção, e em vez os métodos implícitos BTCS é estável.
- 4) Determinar o erro de truncamento do método Leap Frog e a sua condição de estabilidade.
- 5) Escreva o método de Lax-Wendroff, através uma das estratégias estudadas para determinar a sua expressão.
- 6) Defina os métodos Upwind. Use a análise de estabilidade de Von Neumann para determinar a estabilidade.
- 7) Defina a condição de Courant Friedrichs Levy. Descreva geometricamente o seu significado usando um método numérico que resolve a equação de adveção.
- 8) O que são as curvas características de um problema hiperbólico?
- 9) Depois de definir os conceitos de dissipação e dispersão de uma onda. Encontre um método numérico que aplicado a equação da onda ( $u_t + au_x = 0$ ) seja principalmente dispersivo e um que seja principalmente dissipativo. O que pode usar para determinar o caráter principal de um método numérico?
- 10) Demonstre quais dos seguintes sistemas são hiperbólicos e determine as suas curvas características.
$$\begin{cases} u_t + cv_x = 0 \\ v_t + cu_x = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} u_t - cv_x = 0 \\ v_t + cu_x = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} u_t + cu_x = 0 \\ v_t + cv_x = 0 \end{cases}$$
- 11) Escreva um método para resolver um sistema hiperbólico  $U_t + AU_x = 0$  e determine a sua estabilidade através a análise das suas curvas características.
- 12) Como se pode resolver a equação de adveção num domínio limitado com condições a fronteira? Quais condições a fronteira são importantes na solução do problema? Usar um método numérico diferente de Upwind. Quais problemas numéricos pode encontrar na implementação deste método?