MS211, Cálculo Numérico, Turma C
Segundo Semestre de 2023, UNICAMP

Prova 1

Pode usar a calculadora. Aproxime os resultados com até 4 dígitos significativos. Responda a pelomenos duas das três questões. Cada questão $(1), (2), (3)$ **tem peso 50%.**

(1) Se deseja resolver a seguinte equação não linear $x^3 + x^2 - 1 = 0$ quando $x > 0$

- Prove que existe uma unica solução z da equação.
- Aproxime z usando o método da bisseção, implementando um só passo do método.
- Quando o método de Newton pode convergir a z?
- Aproxime z usando o método de Newton, implementando um só passo do método.

(2)
- Dado o sistema linear $Ax = b$ deduzir o método de Jacobi

$$x_i^{(k+1)} = \frac{1}{a_{ii}} \left(b_i - \sum_{j=1, j \neq i}^{n} a_{ij} x_j^{(k)} \right)$$

- Verifique se o sistema linear $Ax = b$, com

$$A = \begin{bmatrix} 7 & -5 & 1 \\ 1 & 8 & -7 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

  e $b = (-1\ 3\ 4)^t$ pode ser resolvido com sucesso com o método de Jacobi.
- Implemente um passo do método de Jacobi aplicado ao sistema anterior.
- Quais são as vantagens do método de Jacobi com respeito ao método de eliminação de Gauss no resolver um sistema linear $Ax = b$ de dimensão $n \times n$ com n grande e com matriz A esparsa(ousseja com muitos zeros) ?

(3)
- Escreva um algoritmo do método de Newton para resolver sistemas não lineares do tipo

$$\begin{cases} f_1(x, y) = 0 \\ f_2(x, y) = 0 \end{cases}$$

- Dado o sistema não linear

$$\begin{cases} 3x^2 + 2y = 2 \\ -xy + 1 = 0 \end{cases}$$

  Implemente dois passos do método de Newton para poder aproximar a solução (x, y) do sistema.