MS211, Cálculo Numérico, Turma A
Segundo Semestre de 2021, UNICAMP

Atividade 2

Entrega dos exercícios SOMENTE por Google Classroom até Sexta-Feira 08/10/2021, h.12:00 (meio dia).

Escreva o seu nome e o RA com destaque na primeira página.
Começa cada questão numa nova página.
A atividade tem de ser redigida a mão escrevendo com caneta preta ou azul sobre folhas brancas com ou sem pauta.
Os códigos e tabelas e os gráfico utilizado para responder as questões podem ser fornecidas digitalmente em ficheiro separados.
Escreva os resultados com até 5 dígitos significativos.

(1) Considere o sistema linear

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 10 \\ -x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 5 \\ 4x_1 + x_2 + x_3 = -1 \\ 5x_1 - 6x_2 = 0 \end{cases}$$

- Verifique se este sistema admite solução. Motive a sua resposta.
- Em caso de resposta afirmativa encontre a sua solução usando o método de eliminação de Gauss e resolvendo o sistema triangular resultante da eliminação usando o método dado na aula. Escreva todas as passagens e contas a mão.

(2) Considere a matriz $A_4 = (a_{ij})$ de Hankel de ordem 4 que tem como coeficientes

$$a_{i,4+k-i} = \begin{cases} 2^k & \text{se } k > 0 \\ 2^{\frac{1}{2-k}} & \text{se } k \leq 0 \end{cases}$$

para cada $i = 1, \ldots, 4$; $k = i - 3, \ldots, i$.

- Determine analiticamente o vetor $\bar{b}$ tal que $A_4 x = \bar{b}$ tem como solução $\bar{x} = [1, \ldots, 1]^t$.
- Escreva os códigos do método de Eliminação de Gauss com pivotamento e aquele sem pivotamento para a resolução de sistemas lineares do tipo $A_4 x = \bar{b}$
- Resolve o sistema $A_4 x = \bar{b}$ usando o método de Eliminação de Gauss com e sem pivotamento, pode usar os códigos do item anterior ou resolver a mão.
- Determine o erro relativo em norma euclideana $e_r = \frac{\|\bar{x} - x\|_2}{\|x\|_2}$ associados aos dois métodos.

- Considere a matriz de Hankel A_{10} de ordem 10

$$a_{i,10+k-i} = \begin{cases} 2^k & \text{se } k > 0 \\ 2^{\frac{1}{2-k}} & \text{se } k \leq 0 \end{cases}$$

  para cada $i = 1, \ldots, 10$; $k = i - 9, \ldots, i$. Repete os itens anteriores para o sistema $A_{10}x = \bar{b}$ tal que $\bar{x} = [1, \ldots, 1]^t$ seja solução, e verifique se o método de eliminação de Gauss de pivotamento dá um erro relativo bem menor daquele sem pivotamento. Porque acontece isso?

(3) Considere o sistema geral $A_4x = b$, com b qualquer e A_4 a matriz de Hankel de ordem 4.

- Verifique se pode resolver com Jacobi e com Gauss-Seidel o sistema da questão anterior $A_4x = b$. Motive a sua resposta.
- Escreva um código para resolver o sistema $Ax = b$ onde vai dar a possibilidade ao usuário de inserir o vetor b e matriz A de ordem 4.
- Sabendo que os coeficientes de uma matriz $\tilde{A}_4$ de ordem 4 pode ter somente coeficientes que são potencias de 2, ou seja $a_{ij} = 2^k$ com k que varia (ou não) dependo de i e j. Consegue construir uma matriz $\tilde{A}_4$ para que Gauss-Seidel possa convergir?
- Se sim, implemente o código de Gauss-Seidel e resolva o sistema $\tilde{A}_4x = [1, \ldots, 1]^t$ achando uma aproximação $x^{(k)}$ tal que o seu resíduo $r^{(k)}$ seja menor de $\varepsilon = 0.01$ em norma infinito (norma do máximo).