

Atividade 06 (Lista de Exercícios 6)

Entrega dos exercícios SOMENTE por Google Classroom até quinta feira 10/12/2020.

Os exercícios podem ser desenvolvidos em grupos de até três membros.

Escreva o nome e o RA dos membros do grupo em todas as folhas, com destaque na primeira página. É aconselhável que somente um membro, por grupo, faça a entrega da atividade completa do grupo no Google Classroom.

(1) Considere o seguinte Problema de Valor de Contorno (PVC), $y = y(x) \in \mathfrak{R}$:

$$(\star) \begin{cases} y'' = y' - y, & -1 < x < 3, \\ y(-1) = 2, \\ y(3) + \alpha y'(3) = 4, & \alpha \in \mathfrak{R}, \text{ uma constante.} \end{cases}$$

(a) Seja $\alpha = 0$.

a.1) Para o PVC (\star) , calcule numericamente uma aproximação da solução em $x = 0$, ou seja, $y(0)$, usando um método de diferenças finitas de segunda ordem e para os espaçamentos: $h = 1/2$, $h = 1/4$ e $h = 1/10$.

a.2) Depois, compare os resultados obtidos no item a.1), indicando o comportamento do erro para os valores de h indicados. Para efeito de comparação das aproximações obtidas $y(0)$, compare os erros para cada, valor de h com o valor $y(0)$, obtido pelo método no caso $h = 1/50$. Justifique sua resposta.

(b) Seja $\alpha = 1$.

b.1) Escreva o sistema linear associado ao método de diferenças finitas da segunda ordem para resolver o PVC (\star) , considerando um espaçamento arbitrário $h > 0$.

Dica: Atenção com as equações dos pontos interiores e, em especial, com as equações resultantes das aproximações dos extremos do contorno, ou seja, em $x = -1$ e $x = 3$.

b.2) Considerando o item b.1), use $h = 0.1$ e calcule uma aproximação de y em $x = 0$.

Dica: Procure tirar proveito da estrutura do sistema linear resultante para a escolha do método numérico para sua resolução.

(2) Considere a seguinte sequência de valores observados:

X	-10	-9	-8	-6	-5	-3	-2	0	2	3	4	5	6	8	9	10
Y	13.6	9.76	7.03	8.84	9.87	4.57	1.27	2	2.7	-0.57	-4.27	-5.87	-4.84	-3.0	-5.76	-9.63

Utilizando a metodologia dos quadrados mínimos, calcule a melhor curva possível que ajusta os valores observados da tabela, resolvendo os seguintes itens:

- (a) Faça o diagrama de dispersão dos pontos observados (x_i, y_i) .
- (b) Com base no item a.1), determine as funções da base, ou seja, as funções $g_1(x)$, $g_2(x)$ e $g_3(x)$ da função

$$\varphi(x) = \alpha_1 g_1(x) + \alpha_2 g_2(x) + \alpha_3 g_3(x),$$

que melhor se ajusta aos valores observados na tabela anterior.

- (c) Use o método dos quadrados mínimos para determinar melhores α_1 , α_2 , α_3 da função φ . Escreva os valores α_1 , α_2 , α_3 obtidos com dois dígitos significativos.
- (3) (a) Achar a melhor curva $\varphi(x) = \alpha_1 2^{\alpha_2 x}$ que se ajusta aos valores da tabela do item (2) que têm $Y > 0$.
- (b) Achar a melhor parábola que aproxime a função $f(x) = \cos(x) + 1$ em $[-3\frac{\pi}{4}, 3\frac{\pi}{4}]$, usando o método dos quadrados mínimos no caso contínuo.