

## Atividade 06 (Lista de Exercícios 6)

Entrega dos exercícios SOMENTE por Google Classroom até quinta feira 10/12/2020.

**Os exercícios podem ser desenvolvidos em grupos de até três membros.**

Escreva o nome e o RA dos membros do grupo em todas as folhas, com destaque na primeira página. É aconselhável que somente um membro, por grupo, faça a entrega da atividade completa do grupo no Google Classroom.

(1) Considere o seguinte Problema de Valor de Contorno (PVC),  $y = y(x) \in \mathfrak{R}$ :

$$(\star) \begin{cases} y'' = y' - y, & -1 < x < 3, \\ y(-1) = 2, \\ y(3) + \alpha y'(3) = 4, & \alpha \in \mathfrak{R}, \text{ uma constante.} \end{cases}$$

(a) Seja  $\alpha = 0$ .

a.1) Para o PVC  $(\star)$ , calcule numericamente uma aproximação da solução em  $x = 0$ , ou seja,  $y(0)$ , usando um método de diferenças finitas de segunda ordem e para os espaçamentos:  $h = 1/2$ ,  $h = 1/4$  e  $h = 1/10$ .

a.2) Depois, compare os resultados obtidos no item a.1), indicando o comportamento do erro para os valores de  $h$  indicados. Para efeito de comparação das aproximações obtidas  $y(0)$ , compare os erros para cada, valor de  $h$  com o valor  $y(0)$ , obtido pelo método no caso  $h = 1/50$ . Justifique sua resposta.

(b) Seja  $\alpha = 1$ .

b.1) Escreva o sistema linear associado ao método de diferenças finitas da segunda ordem para resolver o PVC  $(\star)$ , considerando um espaçamento arbitrário  $h > 0$ .

**Dica:** Atenção com as equações dos pontos interiores e, em especial, com as equações resultantes das aproximações dos extremos do contorno, ou seja, em  $x = -1$  e  $x = 3$ .

b.2) Considerando o item b.1), use  $h = 0.1$  e calcule uma aproximação de  $y$  em  $x = 0$ .

**Dica:** Procure tirar proveito da estrutura do sistema linear resultante para a escolha do método numérico para sua resolução.

(2) Considere a seguinte sequência de valores observados:

X	-10	-9	-8	-6	-5	-3	-2	0	2	3	4	5	6	8	9	10
Y	13.6	9.76	7.03	8.84	9.87	4.57	1.27	2	2.7	-0.57	-4.27	-5.87	-4.84	-3.0	-5.76	-9.63

Utilizando a metodologia dos quadrados mínimos, calcule a melhor curva possível que ajusta os valores observados da tabela, resolvendo os seguintes itens:

- (a) Faça o diagrama de dispersão dos pontos observados  $(x_i, y_i)$ .
- (b) Com base no item a.1), determine as funções da base, ou seja, as funções  $g_1(x)$ ,  $g_2(x)$  e  $g_3(x)$  da função

$$\varphi(x) = \alpha_1 g_1(x) + \alpha_2 g_2(x) + \alpha_3 g_3(x),$$

que melhor se ajusta aos valores observados na tabela anterior.

- (c) Use o método dos quadrados mínimos para determinar melhores  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$  da função  $\varphi$ . Escreva os valores  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$  obtidos com dois dígitos significativos.
- (3) (a) Achar a melhor curva  $\varphi(x) = \alpha_1 2^{\alpha_2 x}$  que se ajusta aos valores da tabela do item (2) que têm  $Y > 0$ .
- (b) Achar a melhor parábola que aproxime a função  $f(x) = \cos(x) + 1$  em  $[-3\frac{\pi}{4}, 3\frac{\pi}{4}]$ , usando o método dos quadrados mínimos no caso contínuo.