MS211, Cálculo Numérico, Turma E
Primeiro Semestre de 2020, UNICAMP

Lista de Exercícios 2

Entrega por Google Classroom dos três exercícios marcados com (*) até Sexta Feira 17/04/2020.
Os exercícios (*) podem ser desenvolvidos em grupos de até três membros.

Note que, nestes exercícios usamos a notação $FP(\beta, p, s)$ para a aritmética finita em base β com p dígitos na mantissa e s no expoente.

(1) **(*)** Diga se algum dos seguintes problemas for bem posto.

   (i) Determinar a cor preferida de um conjunto de pessoas
   (ii) Determinar a temperatura máxima de amanhã, usando as temperaturas máximas dos últimos 365 dias como input
   (iii) Determine o números de infetados de um país de um dia, usando o número de infetados do dia anterior
   (iv) Computar dado x, o valor $x - \sqrt{2}$
   (v) Computar x^2
   (vi) Computar $\sin(x)$

   No caso que o problema não fosse bem posto, existe um conjunto de dados de input Ω_I para que o problema definido em Ω_I seja bem posto? Motive a sua resposta.

(2) Dar um problema P que sobre um conjunto de dados de input Ω seja mal posto, mas tal que se considerássemos o subconjunto $\Omega_0 \subset \Omega$ como seu conjunto de dados de input obteremos um problema bem posto.

(3) Definir o conceito de estabilidade para os métodos ou algoritmos numéricos. Dar um exemplo de método estável.

(4) **(*)** Considera o problema de computar o determinante de uma matriz A de dimensão 2 ($A \in \mathbb{R}^{2\times 2}$)

   - Escreva um algoritmo para computar o determinante $\det(A)$ da matriz A e sucessivamente escreva o código associado
   - Considere
$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} 101 & 101.1 \\ 1.187 & 1.186 \end{pmatrix}$$
     - O seu algoritmo é estável para computar o determinante $\det(\tilde{A})$ em $FP(10, 4, 1)$?

- Compare o calculo de $\det(\widetilde{A})$ em $FP(10,4,1)$ com o valor real (obtido com o seu programa no seu computador a 64 ou 32 bit)
- Pode dizer quando o algoritmo será estável ao variar dos coeficientes da matriz? Dar um exemplo numérico que comprove a sua afirmação.

(5) Determine entre as seguintes expressões quais são infinitésimos por $h \to 0$, e determine a correspondente ordem k (veja a definição $O(h^k)$ usada nas aulas) : $\frac{h}{2}$, $-\frac{h}{5}$, $-h+3$, 1, $\frac{h^2}{2}$, $-\frac{h^2}{2}+h^3$, $\sqrt{h}$, $\frac{h^2}{2}+h^3+\sqrt{h}$, $\sqrt{h+1}$, k^2+h

(6) **(*)** Considere a formula de diferenças finitas

$$D_2u(x) = \frac{u(x+2h)-u(x-2h)}{4h}$$

- É uma formula centrada? Motive a sua resposta
- Prove que esta formula aproxima a derivada $u'(x)$ e determine o correspondente erro $D_2u(x) - u'(x)$ de aproximação
- De que ordem é esta formula? Motive a sua resposta.
- Dar uma interpretação gráfica da formula $D_2u(x)$ na aproximação de $u'(x)$

(7) Prove usando a expansão em Serie de Taylor de $u(x+h)$ e $u(x-h)$ que a seguinte formula de diferenças finitas

$$\frac{u(x+h)-2u(x)+u(x-h)}{h^2}$$

aproxime a derivada segunda $u''(x)$ e que tem segunda ordem.