

Erros e Erros na representação dos números

MS211 – Cálculo Numérico

Giuseppe Romanazzi

5 Março 2020

- Erros de modelização
- Erros inerentes
- Erros de truncamento
- Erros de arredondamento (ou de representação dos números)

Erros de Modelização

Modelagem de problemas depende de varios fatores:

- dados
- variaveis analizadas t, a, b, N (tem de ser variaveis representativas do problema)
- relações analizadas, exemplo $N = a * t + b$

Temos Erros de Modelização se escolhemos variaveis do problema pouco significativas, ou usamos relações erradas entre as variaveis para descrever o problema. Em geral estes erros ocorrem se interpretamos mal o problema e as relações entre as variavéis que concorrem no modelo.

Erros inerentes dividem se em duas categorias

- erros sistematicos
- erros fortuitos (random)

Erros sistematicos aparecem quando o instrumento para medir os dados do problema presentam algum erro de funcionamento ou de calibração. Este leva a medir erroneamente os dados de input do problema.

Erros fortuitos são devidos a erros humanos não previsiveis, por exemplo devidos a falta de atenção durante as medidas.

São também fortuitos os erros devidos a variações das condições ambientais (como mudança de tensão eletrica, mudança de humidade, temperatura etc.) que podem afetar as medidas dos dados de input do problema.

Erros de Truncamento

Para resolver um problema matemático como aproximar o valor de uma função, ou de um integral, ou de uma derivada ou a solução de uma equação etc... precisamos ou usar uma formula ou um método numérico que normalmente presenta infinitos passos para poder obter o valor exato. Por exemplo se queremos determinar e^x podemos usar a formula da espanção em serie de Taylor do exponencial

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}.$$

Para aproximar o valor de e^x podemos truncar a formula por exemplo depois ter somado três termos: $1 + x + \frac{x^2}{2}$ é uma aproximação de e^x . A diferença $|e^x - (1 + x + \frac{x^2}{2})|$ pode ser chamada erro de truncamento da espanção serie de Taylor de e^x usando três termos.

A diferença entre o valor exato de um problema matemático e de uma aproximação obtida truncando um processo exato (ou método) para achar a solução é sempre chamado erro de truncamento. Outro exemplo é se usarmos a fórmula

$f(x+h) = f(x) + hf'(x) + \frac{h^2}{2}f''(x) + \frac{h^3}{3!}f'''(x) + \dots$ donde chegamos a aproximar a derivadas da função $f'(x)$ com $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$.

O erro de truncamento é $|f'(x) - \frac{f(x+h)-f(x)}{h}|$. Que será estudado mais em adiante nesta disciplina.