Nome: ______________________________ RA: ____________________

Métodos Matemáticos II (F620/MS650) - Prova 2

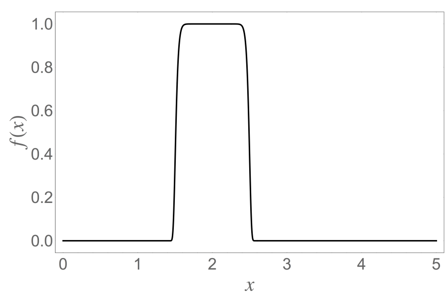
17 de dezembro de 2014

1. (4 pontos) Resolva (se possível) o problema de Cauchy, esboce as curvas características e determine o domínio da solução para:

   (a) $\begin{cases} u_t + uu_x = -u^2, \\ u(x,0) = x. \end{cases}$

   (b) $\begin{cases} u_t + uu_x = -u^2, \\ u(0,t) = t. \end{cases}$

2. (3 pontos) Considere $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$ diferenciável. Resolva a equação da onda $u_{tt} - c^2 u_{xx} = 0$ para $x > 0$ com condições iniciais $u(x,0) = f(x)$ e $u_t(x,0) = 0$, e condição de contorno $u(0,t) = 0$, $t > 0$. Dada a função f da figura abaixo e fazendo $c = \frac{1}{2}$, esboce a solução para $t = 0, 1, 2, 3, 4, 5$.



3. (5 pontos) Ache a distribuição assintótica de temperatura em uma placa no formato abaixo, onde as partes curvas interna e externa têm temperatura fixada como $u(a,\theta) = 0$ e $u(b,\theta) = \text{sen}^2(\theta)$, respectivamente, e as partes retas são isoladas termicamente, i.e., $\left.\frac{\partial u}{\partial n}\right|_{\text{partes retas}} = 0$. Fazendo, para simplificar, $a = 1$ e $b = 2$, o problema se resume portanto a encontrar $u(r,\theta)$ tal que

$$\begin{cases} \nabla^2 u = 0, \\ u(1,\theta) = 0,\ u(2,\theta) = \text{sen}^2(\theta), \\ u_\theta(r,0) = 0,\ u_\theta(r,\pi) = 0. \end{cases}$$