Nome: ______________________________ RA: ____________________

Métodos Matemáticos II (F620/MS650) - Prova 2

29 de novembro de 2010

1. (4 pontos) Calcule a transformada de Laplace inversa de

$$F(s) = \frac{e^{-\sqrt{s}}}{\sqrt{s}}.$$

2. (4 pontos) Resolva o seguinte problema de Cauchy:

$$\begin{cases} u_{xx} + 2u_{xt} - 3u_{tt} = 0, \\ u(x,0) = \operatorname{sen} x, \\ u_t(x,0) = x. \end{cases}$$

3. (4 pontos) Resolva o seguinte problema de contorno, definido na região E *exterior* ao círculo de raio a centrado na origem de $\mathbb{R}^2$ ($a > 0$).

$$\begin{cases} \nabla^2\phi = 0, \quad r > a, \\ \phi(a,\theta) = 0 \ \ \forall\theta, \\ \phi(r,\theta) \to \phi_0\, r\cos\theta \text{ para } r \to \infty. \end{cases}$$

Tal ϕ descreve a função potencial da velocidade $\boldsymbol{v}$ de escoamento de um fluido invíscido e incompressível em torno de um cilindro de raio a ($\boldsymbol{v} = \nabla\phi$).

Fórmulas úteis:

i. $\mathcal{L}^{-1}[F](t) = \dfrac{1}{2\pi i}\displaystyle\int_{x_0 - i\infty}^{x_0 + i\infty} e^{st} F(s)ds.$

ii. $\nabla^2 = \dfrac{\partial^2}{\partial r^2} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial r} + \dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial^2}{\partial\theta^2}.$