

Nome: _____

RA: _____

Métodos Matemáticos II (F620/MS650) - Prova 1

29 de outubro de 2014

1. (3,5 pontos) Considere a função $F(s) = \frac{1}{\sqrt{s}}$.

(a) Calcule $\mathcal{L}^{-1}\{F\}$ através da integral de Bromwich.

(b) Usando convolução e o resultado do item anterior, calcule $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s^{3/2}}\right\}$.

2. (2 pontos) Seja $f(t)$ uma função contínua e tal que sua transformada de Laplace $F(s)$ existe (tal função não precisa ser limitada para $t \rightarrow 0^+$, como é ilustrado no exercício anterior). Mostre que

$$\lim_{s \rightarrow \infty} sF(s) = \lim_{t \rightarrow 0^+} f(t).$$

3. (2,5 pontos) Usando o método da transformada de Fourier, resolva a equação da onda unidimensional amortecida para $u(t, x)$,

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c \frac{\partial u}{\partial x} + \gamma u = 0, \quad u(0, x) = f(x),$$

com $-\infty < x < \infty$ e $t > 0$, onde c e γ são constantes positivas. Interprete sua solução e a esboce para diferentes valores de t .

4. (2 pontos) Resolva a equação integral

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(y)f(x-y)dy = e^{-x^2}$$

para $f(x)$.